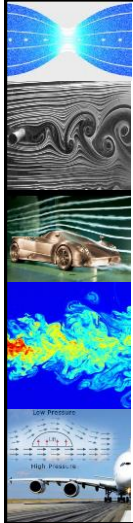


for 2nd grade undergraduate students

Ch. 1 Introduction



Professor Jeekeun Lee
Fluid Mechanics Laboratory
Division of Mechanical System Engineering
College of Engineering, JBNU, Republic of Korea

Ch. 1 Introduction

1.1 Some Characteristics of Fluids (유체의 특성)

1.2 Dimensions, Homogeneity, Units (차원, 동차성, 단위)

1.3 Analysis of Fluid Behavior (유체거동의 해석)

1.4 Measures of Fluid Mass and Weight (질량, 무게 측정)

1.5 Ideal Gas Law (이상기체의 법칙)

1.6 Viscosity (점성계수)

1.7 Compressibility of Fluids (유체의 압축성)

1.8 Vapor Pressure (증기압)

1.9 Surface Tension (표면장력)

1.10 A Brief Look Back in History

1.11 Chapter Summary and Study Guide

- Density (밀도)
- Specific Volume (비체적)
- Specific Weight (비중량)
- Specific Gravity (비중)
- Dynamic Viscosity (점도)
- Kinematic Viscosity (동점도)
- Surface tension (표면장력)
- Bulk modulus of elasticity (체적탄성계수)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

Learning Objectives



- ✓ determine the **dimensions** and **units** of physical quantities.
- ✓ Identify the **key fluid properties** used in the analysis of fluid behavior.
- ✓ calculate **common fluid properties** given appropriate information.
- ✓ explain effects of fluid **compressibility**.
- ✓ use the concepts of **viscosity**, **vapor pressure**, and **surface tension**.



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1.1 Some Characteristics of Fluids (유체의 특성)

특성 [特性]: 일정한 사물에만 있는 특수한 성질

유체의 특성: 유체에만 있는 특수한 성질

- 1) What is Fluid? (유체란 무엇인가?)
- 2) Classification of Fluids (유체의 분류)
- 3) Fluid Mechanics? (유체역학이란?)
- 4) Application Area of Fluid Mechanics (유체역학 응용 분야)

1.2 Dimensions, Homogeneity, and Units (차원, 차원 동차성 및 단위)

1.4 Measures of Fluid Mass and Weight (유체 질량과 무게, 밀도, 비중량, 비중)

1.6 Viscosity (점성계수), 1.7 Compressibility of Fluids (유체의 압축성)

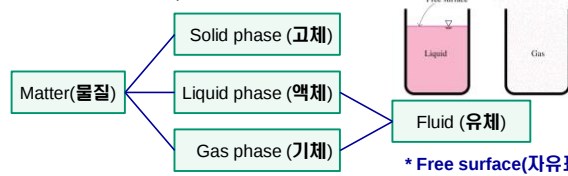
1.9 surface Tension (표면장력)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1) What is Fluid? (유체란 무엇인가?)

✓ Classification of Matter and Fluid(물질 분류 및 유체)

Fluids are a subset of the phases of matter and include liquids, gases, plasmas and, to some extent, plastic solids.



✓ Definition of Fluid

• 물리적 정의 : 외부에서 열이나 압력을 가하지 않은 본래 상태의 액체와 기체를 통칭

• 역학적 정의 : 크기와 무관하게 전단응력(shear stress)이 작용하면 연속적으로 변형되는 물질(matter). 즉 전단응력과 외력과 평형 이론다
In physics, a fluid is defined as a substance that deforms (flows) continually when acted on by a shearing stress of any magnitude.

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1) What is Fluid? (유체란 무엇인가?)

✓ More details on the Fluid Properties

• 물질이 외력에 저항하는 응력 관점에 따른 분류

- 고체 : 변형을 통해 전단응력에 저항할 수 있는 물질

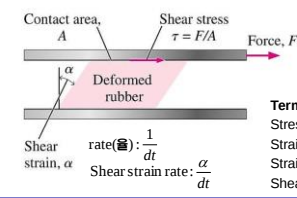
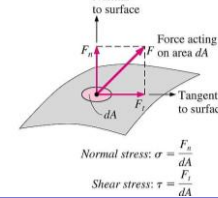
: 따라서 작용하는 응력(stress)은 변형률(strain)에 비례

: 즉, 일정한 전단력이 작용할 경우 어떤 정해진 변형각에서 변형이 정지

- 유체 : 아무리 작더라도 전단응력(shear stress)의 영향 아래서 연속적으로 변형하는 물질

: 따라서 작용하는 전단응력(shear stress)은 전단변형률(shear strain rate)에 비례

: 즉, 일정한 전단력이 작용할 경우 변형을 멈추지 않고 변형률로 접근해 감



Terminologies (용어)
Stress (응력)
Strain (변형률)
Strain rate (변형률)
Shear (전단)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

Summary of Terminologies

• Stress(응력): 물체 외부에 외력이 가해질 때, 그 물체 내부에 외력에 저항하려고 하는 힘이 발생
이 저항력을 응력(stress)이라고 하고 단위면적당 작용하는 힘으로 표시

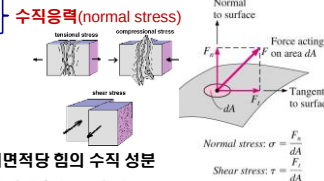
(a) 인장응력(tensile stress)

(b) 압축응력(compressive stress)

(c) 전단응력(shearing stress)

(d) 굽힘응력(bending stress)

(e) 비틀림응력(torsional stress)



• Normal stress(수직응력): 표면에 작용하는 단위면적당 힘의 수직 성분

• Shear stress(전단응력): 표면에 작용하는 단위면적당 힘의 수평 성분

• Strain (변형률): 힘(외력, 응력, 하중)을 가하면 형상이 변화하며 이 현상을 변형이라 함.
응력이 제거되면 원형으로 복원되는 변형을 탄성변형,

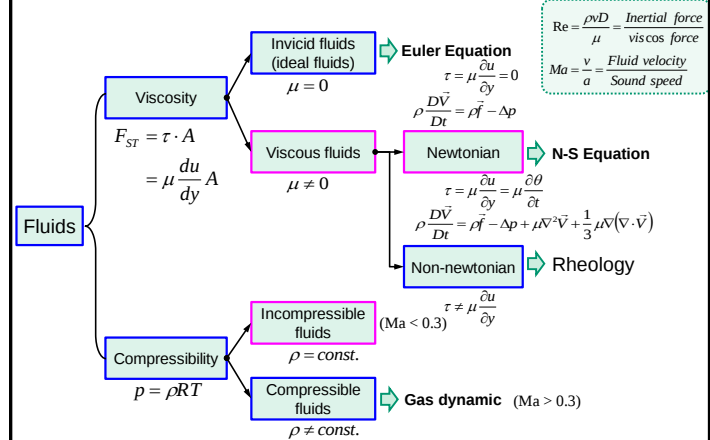
복원되지 않는 변형을 소성변형이라 함

• Strain rate(변형률속도): 변형의 시간 변화를 (변형률/시간)

• Free surface(자유표면): 액체가 기체에 접하고 있는 표면 또는 밀도가 서로 다른 두 유체의 경계면
(자유표면에 벽에 접해 있는 부근은 표면장력으로 곡면이 됨)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) Classification of Fluids (유체의 분류)



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) Classification of Fluids (유체의 분류)

(1) 압축성 (Compressibility)에 따른 분류

: compressibility is a measure of the relative volume change of a fluid or solid as a response to a pressure (or mean stress) change.

유체 중요 물성치 중 하나인 밀도(ρ , density)의 변화에 따른 분류

실제로 모든 유체의 밀도는 압력이 작용하면 변화하지만 해석 조건에 따라 압축을 고려 또는 무시하는가에 따른 분류

- Compressible Fluids (압축성 유체)

: 압력이 작용하면 밀도가 변화하는 유체($\rho \neq \text{constant}$)

: 즉 압력이 작용함에 따라 체적, 온도, 밀도 등이 변하는 유체.

: 일반적으로 기체(gas), 고속기체($Ma > 0.3$), 수격작용(water hammer) 해석시 액체

- Incompressible Fluids (비압축성 유체)

: 압력이 작용하여도 압축이 되지 않는다고 가정한 유체($\rho = \text{constant}$)

: 즉 압력에 관계없이 체적, 온도, 밀도 등이 일정하다고 가정하는 유체.

: 일반적으로 액체(liquid), 저속흐름의 기체($Ma < 0.3$) 등에 적용

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) Classification of Fluids (유체의 분류)

(2) 점성(Viscosity)에 따른 분류

: Viscosity is a measure of the resistance of a fluid which is being deformed by either shear stress or tensile stress.

점성이란 유체의 흐름에 대한 저항을 말하며 운동하는 액체나 기체 내부에 나타나는 마찰력이라고도 한다. 즉 액체의 끈끈한 성질.

모든 유체는 본질적으로 점성유체이지만 편의상 점성을 무시한 이상화된 유체로 다루는 경우와 같이 다만 해석상 점성을 고려 또는 무시하는가에 따른 분류

- Inviscid Fluids (비점성 유체, 이상유체 (Ideal Fluids))

: 해석의 단순화를 위해 점성이 없다고 가정한 유체. 이상유체 (Ideal Gas)라고 함.

(예: 공기와 같이 점성이 매우 작은 유체의 경우 비점성 유체로 가정)

- Viscous Fluids (점성 유체, 실제유체 (actual Fluids))

: 유동에 있어서 점성력(粘性力)이 작용한 유체를 의미함

: 즉 유체의 흐름 또는 유체 중에서 내부저항이 나타나는 유체를 의미함

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) Classification of Fluids (유체의 분류)

- Viscous Fluids (점성 유체, 실제유체 (actual Fluids))

• Newtonian Fluid

: Newton의 점성법칙 ($\tau = \mu \frac{du}{dy}$)을 만족하는 유체

: 점성계수가 주어진 조건에서 일정

: 전단 응력이 변형 속도에 비례하는 점성 유체

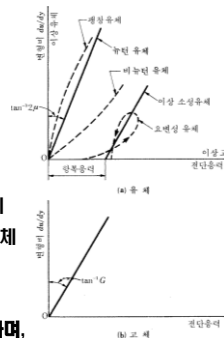
: 즉, 공기나 물 등 천연의 유체는 모두 뉴턴 유체

• Non-Newtonian Fluid

: 전단 응력과 변형 속도가 비례 관계에 있지 않은 유체

: 속도 기울기 (du/dy)에 따라 점성계수 (τ)가 변하는 유체

(예: 혈액, 페인트, 타르, 잉크, 우유 등)



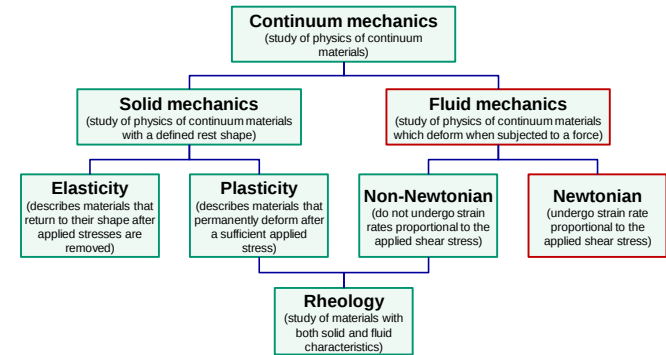
※ Note : 이상유체란 좁은 의미에서 비점성유체를 지칭하며, 넓은 의미에서는 비점성, 비압축성유체를 의미한다.

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) Fluid Mechanics? (유체역학이란?)

✓ Relationship to continuum mechanics

- Fluid mechanics is a subdiscipline of continuum mechanics
- 물체에 작용하는 외력에 대한 거동에 따라 분류하면



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) Fluid Mechanics? (유체역학이란?)

유체역학(流體力學, Fluid Mechanics)

물체 사이에 작용하는 힘과
운동의 관계를 연구하는
물리학의 한 분야

the branch of physics concerned
with the behavior of physical bodies
when subjected to

유체의 운동과 정지 상태, 또는 유체가
그 속에 있는 물체에 미치는 힘의 평형관계를 연구
(the study of how fluids move and the forces on them)

Final goal : 유체입자에 작용하는 힘-운동 해석

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) Fluid Mechanics? (유체역학이란?)

Final goal : 유체입자에 작용하는 힘-운동 해석

F_B (관성력, 중력),
 F_{SN} (압력(수직력)), F_{ST} (전단력(점성력)),
표면장력(σ), 기타 등등

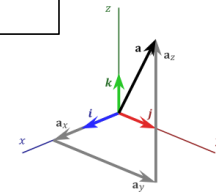
(Vector analysis)



$$\sum F = ma$$

$$F_B + F_S = ma$$

$$F_B + F_{SN} + F_{ST} = m(a_c + a_t)$$



유체의 흐름을 지배하는 운동방정식, 에너지방정식 유도

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) Fluid Mechanics? (유체역학이란?)

✓ Why should we learn Fluid Dynamics?

과학에서 일(Work)의 정의:

일(Work) = 힘(Force) x 힘의 방향 이동거리 (m)
= $N \cdot m = \text{Joule}$

과학에서 일(Work)의 효율(Power, 일률) 정의:

일률(Power) = 일(Work) = 힘 x 거리 / 시간 (t)
= $\text{Joule/s} = \text{Watt}$
= $F \cdot s/t = F \cdot V$

과학에서 에너지(Energy): 일을 할 수 있는 잠재력
위치에너지, 운동에너지, 압력에너지, 전기, 원자력 등



Example	Direction of force	Direction of motion	Doing work?
	→	→	Yes
	↑	→	No
	↑	↑	Yes
	↑	→	No

Potential energy

Energy in

Energy out

Kinetic energy

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) Fluid Mechanics? (유체역학이란?)

✓ Fluid Mechanics

the branch of physics that studies fluids (liquids, gases, and plasmas) and the forces on them. 유체의 제반 물리적 성질과 거동을 역학적으로 해석하는 학문

• Fluid statics: the study of fluids at rest

(Ch.2) 유체요소 간에 상대운동 없이 정지상태 유체 내의 힘의 평형을 해석
수직응력 (압력): 有, 전단응력: 無
ex) 파스칼의 원리, 부력, 상대적 평형 등...

• Fluid kinematics: the study of fluids in motion

(Ch.4) 유동 유체 입자의 이동, 회전, 변형, 속도, 가속도 등 유체거동을 해석
유체입자에 작용하는 힘은 해석하지 않음

• Fluid dynamics: the study of the effect of forces on fluid motion

(Ch.3, Ch.5~) 운동 유체 입자 사이에 상호력이 작용할 때, 유체에 작용하는 힘과
운동사이의 관계로부터 유체 운동을 해석

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

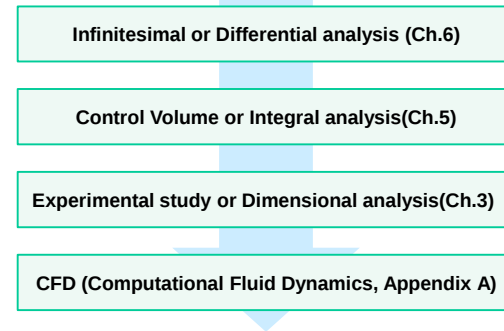
3) Fluid Mechanics? (유체역학이란?)

- ✓ **Basic assumptions or governing equations for fluid flow**
 - **Continuity equation**(연속방정식) ← Conservation of mass(질량보존법칙)
: the rate at which mass enters a system is equal to the rate at which mass leaves the system (Ch.6)
 - **Conservation of momentum**(운동량보존법칙): Linear and angular momentum
: Momentum is conserved in any collision if the effect of any external forces present is negligible relative to the effect of the collision (Ch.5)
 - **Bernoulli equation**(베르누이방정식) ← Conservation of energy(에너지보존법칙)
: for an inviscid flow, an increase in the speed of the fluid occurs simultaneously with a decrease in pressure or a decrease in the fluid's potential energy (Ch.3)
- ✓ **Auxiliary equations for fluid flow (보조방정식)**
 - **Equation of state**(상태방정식): $pV = RT$ or $p = \rho RT$
 - **Boundary Conditions**(경계조건): no-slip condition, continuum hypothesis, etc....

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) Fluid Mechanics? (유체역학이란?)

- ✓ **Approaches to solve the fluid mechanical problems**
유체역학 문제해결을 위한 접근 방법



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1.2 Dimensions, Homogeneity, and Units (차원, 차원 동차성 및 단위)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1) Dimension and Units (차원과 단위)

- ✓ **Physical phenomena**(물리적 현상)
공간(space) 내에 존재하는 물질(matter)이 시간(time)에 따라 변위(displacement)하는 현상(phenomena)
- ✓ **Dimension(차원)** : 물리적 현상(physical phenomena) 을 다루기 위한 기본량
 - **기본차원** : SI 단위계(국제표준단위계)에서 7개의 물리량에 대한 기본차원을 설정
 - 물질의 특징을 규정하는 차원 : **질량**(mass, M)
 - 변위의 특징을 규정하는 차원 : **길이**(length, L)
 - 시간의 특징을 규정하는 차원 : **시간**(time, T)
 - 온도의 특징을 규정하는 차원 : **온도**(temp, θ)
 - 기타 : 전류 (암페어, A), 광도 (칸델라, cd), 물질량 (몰, mol)
 - **유도차원** : 기본차원의 조합으로 유도된 차원
(힘(force), 밀도(density), 압력(pressure), 점성계수 등의 차원)



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1) Dimension and Units (차원과 단위)

✓ **Units(단위) : 차원(dimension)의 크기를 정량적으로 표현하기 위한 수단**

• **기본단위** : 기본차원의 단위. 다른 단위로부터 유도되지 않는 불변의 단위 (7개)

Quantity	Units	Symbol
length (길이)	meter	m
mass (질량)	kilogram	kg
time (시간)	seconds	s
temperature (온도)	Kelvin	K
amount (물질량)	mole	mol
electric current (전류)	ampere	A
luminous intensity (광도)	candela	cd

• **유도단위** : 유도차원의 단위. 기본 단위로부터 유도되는 단위 (매우 많음)

✓ **Unit System(단위계) : 단위(unit)를 나타내는 체계(system)**

SI Unit System을 기준으로 각 나라마다 고유의 단위계가 혼용되어 사용

- 주요단위계 : **SI unit system**, **공학(Engineering unit)**, **BG(British gravity unit)**

- 참조단위계 : EE(English engineering), 영국절대, USCS(US customary system) 등

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) Unit system (단위계)

✓ **단위계의 분류 (Classification of Unit System)**

분류	단위계	단위계 특징	적용 단위계
질량 또는 중량(임)	절대단위계 (MLT System)	질량을 기본	SI Unit System, 영국절대단위계
	공학단위계 (FLT System)	중량(임)을 기본	공학단위계, BG, USCS EE (엄밀하게 FMLT임. 질량, 힘 모두 기본단위)
크기의 정도 (길이, 질량)	MKS 단위계	m, kg, s로 표현	SI Unit System
		m, kg, s로 표현	공학단위계
	CGS 단위계	cm, g, s로 표현	CGS 단위계
		cm, g, s로 표현	CGS 공학단위계
	FPS 단위계	ft, lb _m , s로 표현	영국절대단위계
		ft, lb _f , s로 표현	BG, EE, USCS

※ 공학단위계는 g=9.8m/s의 표준 중력가속도를 고려하므로 현장에서 매우 유용

※ CGS 단위계는 매우 적은 양을 표시하는데 유용(생물학, MEMS, 나노 기술 등)

※ foot – pound – second (fps) 단위계 (BG, EE, USCS 는 서로 혼용)



$$kg^* = \text{mass}$$

$$kg_f = \text{weight}$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) Unit system (단위계)

✓ **주로 사용되는 단위계(SI, 공학, BG)의 기본 및 유도단위**

기본단위 (Primary Units)				유도단위 (Secondary Units)				
물리량	SI 절대	공학 단위	BG (공학)	물리량	관계식	SI (절대단위)	공학 단위	BG (공학)
질량 (Mass)	kg*	없음	없음	질량	m=F/a	kg*	kg _f · s ² /m	kg _f · s ² /m
힘 (Force)	없음	kg _f	lb _f	힘(N)	F=ma	Newton (N=kg* · m/s ²)	kg _f	lb _f
길이 (Length)	m	m	ft	압력	p=F/A	Pascal=N/m ² (Pa=kg*/m · s ²)	kg _f /cm ² (기압)	lb _f /ft ²
시간 (Time)	s	s	s	에너지, 일	W=FL	Joule=N · m (J=kg* · m ² /s ²)	kg _f · m	lb _f · ft
온도 (Temp)	K	K	R	동력	L=W/t	Watt=J/s (W=kg* · m ² /s ³)	kg _f · m/s	lb _f · ft/s

※ 전류(암페어, A), 광도(칸델라, cd), 물질량(몰, mol) 등은 유체역학과 연관성이 적으므로 생략

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

Table 1.1 유체역학에서 사용되는 물리량의 주요 단위 및 차원

물리량 Unit system	기본단위(Primary Units)				유도단위(Secondary or Dependent Units)									
	길이 (mass)	질량 (mass)	시간 (time)	온도 (temp)	무게, 힘 (F=mg)	에너지, 일 (W=F·L)	용량, 흐름 (L=WT)	압도 (p=W/V)	비중량 (γ=W/V)	압력 (p=F/A)	점성계수 (μ)	통과계수 (κ)	표면 경계 (σ)	
국제단위계 (SI Unit)	m	kg* (기본단위)	s	K(°C)	N (유도단위) (kg·m/s ²)	Joule=N·m (kg·m ² /s ²)	Watt=N·m/s (kg·m ² /s ³)	kg/m ³	kg/m ³	Pa=N/m ² (kg/m·s ²)	Pa·s=N·s/m ² (kg/m·s)	m ² /s	N/m	
	m	kg _f ·s ² /m (유도단위)	s	K(°C)	kg _f (기본단위)	kg _f ·m	kg _f ·m/s	kg _f ·m ³ /s ³	kg _f /m ³	kg _f /cm ²	kg _f ·s/m ²	m ² /s	kg _f /m	
CGS단위계	cm	g* (기본단위)	s	K(°C)	dyne (유도단위) (g·cm/s ²)	erg (dyne·cm)	erg/s	g/cm ³	g/cm ³	dyne/cm ²	dyne·s/cm ²	Poise (g/cm·s)	Stokes (cm ² /s)	
	ft	slug (유도단위) (lb _f ·s ² /ft)	s	R(°F)	lb _f (기본단위) (slug·ft/s ²)	lb _f ·ft	lb _f ·ft/s	slug/ft ³	slug/ft ³	lb _f /ft ²	lb _f /ft ²	slug/ft ² ·s	lb _f /ft	
영국공학단위계 (BG)	ft	slug (유도단위) (lb _f ·s ² /ft)	s	R(°F)	lb _f (기본단위) (slug·ft/s ²)	lb _f ·ft	lb _f ·ft/s	slug/ft ³	slug/ft ³	lb _f /ft ²	lb _f /ft ²	slug/ft ² ·s	lb _f /ft	
	ft	lb _m (기본단위) (Pound mass)	s	R(°F)	lb _f (유도단위)	lb _f ·ft	lb _f ·ft/s	lb _m /ft ³	lb _m /ft ³	lb _f /ft ² (psf)	lb _f ·s/ft ²	ft ² /s	lb _f /ft	
영국절대단위계	ft	lb _m (기본단위)	s	R(°F)	Pd (유도단위) (Poundal)	Pd·ft	Pd·ft/s	lb _m /ft ³	Pd/ft ³	Pd/ft ²	Pd·s/ft ²	ft ² /s	Pd/ft	
	ft	slug or lb _m	s	R(°F)	lb _f	lb _f ·ft	lb _f ·ft/s	lb _m /ft ³	lb _m /ft ³	lb _f /ft ² (psf)	lb _f ·s/ft ²	ft ² /s	lb _f /ft	
USCS 단위계	ft	slug or lb _m	s	R(°F)	lb _f	lb _f ·ft	lb _f ·ft/s	lb _m /ft ³	lb _m /ft ³	lb _f /ft ² (psf)	lb _f ·s/ft ²	ft ² /s	lb _f /ft	
	L	M	T	θ	MLT ⁻²	ML ² T ⁻²	ML ² T ⁻³	ML ⁻³	ML ⁻³	ML ⁻¹ T ⁻²	ML ⁻¹ T ⁻²	L ² T ⁻¹	MT ⁻¹	
차원	L	FL ⁻¹ T ²	T	θ	F	FL	FLT ⁻¹	FL ⁻³	FL ⁻³	FL ⁻²	FL ⁻²	L ² T ⁻¹	FL ⁻¹	
	기본차원(Primary Dimension)				유도차원(Secondary or Dependent Dimension)									

Fluid Engineering Lab, Chonbuk National University

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3)Units: Length(길이)

✓ **Length (길이) : 물체의 한 끝에서 다른 끝까지의 공간적 거리**

- SI unit : meter를 기본 단위로 사용

표준길이 : 1m는 빛이 진공에서 1/299792458초 동안 진행 한 거리를 말하며 1초는 세슘-133 원자에서 방출된 특정한 파장의 빛이 9,192,631,770번 진동하는데 걸리는 시간을 말한다.

- Yard-pound units : 영국 연방 및 미국에서 사용되는 길이 단위

$$\begin{aligned} 1 \text{ inch} &= 2.54 \text{ cm} &= 0.0254 \text{ m} \\ 1 \text{ foot} &= 12 \text{ inches} = 30.48 \text{ cm} &= 0.3048 \text{ m} \\ 1 \text{ yard} &= 3 \text{ feet} = 36 \text{ inches} &= 0.9144 \text{ m} \\ 1 \text{ mile} &= 5280 \text{ feet} = 1760 \text{ yard} &= 1609.344 \text{ m} = 1.609344 \text{ km} \end{aligned}$$



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3)Units: Length(길이)

✓ **Length conversion example: gravitational acceleration (g)**

Q: SI unit의 중력가속도(m/s^2)를 foot-pound unit(ft/s^2)로 환산하시오

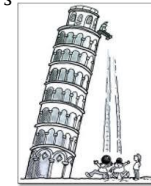
Note : 지구 중력에 의하여 지구상의 물체에 가해지는 가속도. 일반적으로 9.8 m/s^2 로 하는 것이 많지만, 정확하게는 위도나 표고(標高)에 따라 달라진다.

국제표준치: $g = 9.80665 \text{ m/s}^2$

A: $1 \text{ ft} = 0.3048 \text{ m} \rightarrow 1 \text{ m} = (1/0.3048) \text{ ft}$

$$\begin{aligned} g &= 9.80665 \text{ m/s}^2 \\ &= 9.80665 \times (1/0.3048 \text{ ft}) / \text{s}^2 \\ &= 32.174 \text{ ft/s}^2 \end{aligned}$$

Starting amount	Equal amounts	End Amount
24 inches	1 foot	= feet
	12 inches	
24 inches	1 foot	= 2 feet
	12 inches	



$$\begin{aligned} 1 \text{ ft} &= 0.3048 \text{ m} \\ g &= 9.80665 \text{ m/s}^2 \\ &= 32.174 \text{ ft/s}^2 \end{aligned}$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3)Units: Mass (질량)

✓ **Mass (질량) : 물질이 가지고 있는 고유한 양**
측정 장소에 관계없이 일정 (중량은 변함)

질량원기 : 백금(90%)과 이리듐(10%) 합금으로 이루어진

1kg* 원기(原器)를 사용

- SI Unit : mass = kg* (기본단위)
- 공학 Unit : mass = $W/g = \text{kg}_f \cdot \text{s}^2/\text{m}$ (유도단위) = 9.80665 kg^*
- BG Unit : mass = $W/g = \text{lb}_f \cdot \text{s}^2/\text{ft} = \text{slug}$ (유도단위) = $32.174 \text{ lb}_m = 14.5939 \text{ kg}^*$
- EE Unit : mass = lb_m (기본단위, pound mass) = 0.03108 slug
= $0.03108 \times 14.5939 \text{ kg}^* = 0.45359 \text{ kg}^*$

※ 영국절대, USCS의 경우 EE와 동일한 lb_m 을 기본단위로 사용



$$\begin{aligned} 1 \text{ slug} &= 32.174 \text{ lb}_m \\ &= 14.5939 \text{ kg}^* \\ 1 \text{ lb}_m &= 0.45359 \text{ kg}^* \end{aligned}$$



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3)Units: Mass (질량)

✓ **공학 및 BG 단위에서는 왜 질량에 유도단위를 사용할까?**

→ 공학 및 BG단위에서는 질량(mass)에 대한 기본단위가 없으므로

→ $F=ma$ 에서 $m=F/a$ 관계식을 이용하여 유도단위를 만들어 사용한다.

• 공학 단위

$$F = ma$$

$$\text{kg}_f = \text{mass} \cdot (\text{m/s}^2)$$

$$\text{mass} = \text{kg}_f / (\text{m/s}^2)$$

$$= \text{kg}_f \times \text{s}^2 / \text{m} (\text{유도단위})$$

$$= (1 \text{ kg}_f \times 9.80665 \text{ m/s}^2) \times \text{s}^2 / \text{m}$$

$$= 9.80665 \text{ kg}^*$$

• BG단위

$$F = ma$$

$$\text{lb}_f = \text{mass} \cdot (\text{ft/s}^2)$$

$$\text{mass} = \text{lb}_f / (\text{ft/s}^2)$$

$$= \text{lb}_f \times \text{s}^2 / \text{ft} = 1 \text{ slug} (\text{유도단위})$$

$$= (1 \text{ lb}_m \times 32.174 \text{ ft/s}^2) \times \text{s}^2 / \text{ft}$$

$$= 32.174 \text{ lb}_m$$

$$= 14.5939 \text{ kg}^*$$

$$1 \text{ lb}_m = 0.45359 \text{ kg}^*$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ slug} &= 32.174 \text{ lb}_m \\ 1 \text{ lb}_m &= 0.45359 \text{ kg}^* \end{aligned}$$



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3)Units: Weight(중량), Force(힘)

✓ **Force (힘)** : 물체(mass, 질량)에 가속도(a or g)가 작용하여 생기는 힘

Weight	Force	mass	Acceleration of gravity
W	= F	= m	x g

중량과 힘은 작용하는 중력가속도에 따라 변화

• SI Unit : $F = ma = 1 \text{ kg} \times 1 \text{ m/s}^2 = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 = 1 \text{ Newton (유도단위)} = 10^5 \text{ dyne}$

※ 1N은 1kg의 물체를 1m/s²으로 가속시킬 때 발생하는 힘

• 공학 Unit : $F = kg_f(\text{기본단위}) = kg_f \cdot s^2/m \times 1 \text{ m/s}^2 = 9.80665 kg_f \times 1 \text{ m/s}^2$

$$= 1 kg_f \times 9.80665 \text{ m/s}^2 = 9.80665 kg_f \cdot \text{m/s}^2$$

$$= 9.80665 \text{ N}$$

※ 1kg_f는 1kg의 물체를 9.8m/s²으로 가속시키는 힘

※ 중량 1kg_f인 물체의 질량은 1kg이다.

$$1 kg_f = 9.80665 \text{ N}$$

$$1 lb_f = 4.4482 \text{ N}$$



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3)Units: Weight(중량), Force(힘)

• BG Unit : $F = lb_f(\text{기본단위})$

$$= lb_f \cdot s^2/ft \times ft/s^2 = 1 \text{ slug} \times ft/s^2 = 32.174 lb_m \times ft/s^2$$

$$= 14.5939 \text{ kg} \times 0.3048 \text{ m/s}^2$$

$$= 4.4482 \text{ N}$$

• EE Unit : $F = lb_f(\text{기본단위})$

$$= 1 lb_m \times 32.174 \text{ ft/s}^2$$

$$= 32.174 lb_m \cdot ft/s^2$$

$$= 32.174 \text{ pdl (poundal 영국절대)}$$

$$= 0.03108 \text{ slug} \times 32.174 \text{ ft/s}^2$$

$$= 1 lb_f (\text{BG와 같은 값을 가짐})$$

$$= 0.03108 \times 14.5939 \text{ kg} \times 32.174 \times 0.3048 \text{ m/s}^2$$

$$= 4.4482 \text{ N}$$

- SI Unit : mass = kg (기본)
- 공학 Unit : mass = W/g = kgf·s²/m (유도)
- BG Unit : mass = W/g = lbf·s²/ft = slug (유도)
- EE Unit : mass = lb_m (기본, pound mass)
- 영국절대 : mass = lb_m
- USCS : mass = lb_m



$$g = 9.80665 \text{ m/s}^2$$

$$= 32.174 \text{ ft/s}^2$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3)Units: Weight(중량), Force(힘)

• 영국절대 : $F = \text{pdl} (\text{유도단위})$

$$= 1 lb_m \times ft/s^2$$

$$= 0.03108 \text{ slug} \times ft/s^2 = 0.03108 lb_f (\text{BG})$$

$$= 0.03108 \times 14.5939 \text{ kg} \times 0.3048 \text{ m/s}^2$$

$$= 0.138255 \text{ N}$$

$$1 \text{ pdl} = 1 lb_m \times 1 ft/s^2$$

$$1 \text{ slug} = 1 lb_f \times 1 s^2 / ft$$

$$= (1 lb_m \times 32.174 ft/s^2) \times 1 s^2 / ft$$

$$= 32.174 lb_m$$

※ 1 slug의 질량은 표준중력 아래서 32.2lb_f의 무게를 갖는다.(BG)

※ 1 lb_f의 중량은 질량 1 slug가 1 ft/s²의 표준중력가속도를 받을 때 생기는 힘(BG)

※ 1 lb_f의 중량은 질량 1 lb_m이 표준중력가속도 32.174ft/s²로 가속을 받을 때 생기는 힘(EE)

※ 1 lb_m(Pound mass)의 질량은 표준중력 아래서 32.174 pdl의 무게를 갖는다.(영국절대)

※ 1 Pdl의 중량은 질량 1 lb_m이 표준중력가속도 1ft/s²로 가속을 받을 때 생기는 힘(영국절대)

※ USCS의 경우 BG와 동일한 lb_f를 기본단위로 사용

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3)Units: Weight(중량), Force(힘)

$$m = 1 kg \quad a = 1 m/s^2 \quad F = 1 kg \times 1 m/s^2 = 1 kg \cdot m/s^2 = 1 N$$

$$m = 32.174 lb_m = 1 slug \quad a = 1 ft/s^2 \quad F = 32.174 lb_m \times 1 ft/s^2 = 1 slug \times 1 ft/s^2 = 1 lb_f$$

$$m = 1 lb_m \quad a = 1 ft/s^2 \quad F = 1 lb_m \times 1 ft/s^2 = 1 pdl$$

$$m = 1 kg$$

$$g = 9.807 m/s^2$$

$$W = 9.807 kg \cdot m/s^2$$

$$= 9.807 \text{ N}$$

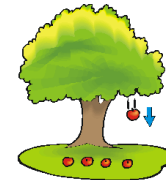
$$= 1 kg_f$$

$$m = 1 lb_m$$

$$g = 32.174 ft/s^2$$

$$W = 32.174 lb_m \cdot ft/s^2$$

$$= 1 lb_f$$



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3)Units: Work, Energy, Heat(일, 에너지, 열)

✓ **일, 에너지, 열량** : 힘(F) × 변위 (L)

SI unit에서는 모두 Joule을 사용. 따라서 열의 일당량, 일의 열당량 개념이 없다.

• SI Unit : Joule = N·m = kg·m/s² × m = kg·m²/s²

• 공학 Unit : kg_f·m = 9.80665 N·m (J) = 9.80665 kg·m²/s²

• CGS Unit : 열 = cal, 일 = erg = 1 dyne·cm (서로 분리사용)

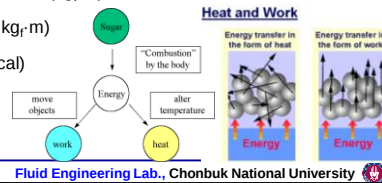
※ 1 Joule = 1 N·m = 10⁵ dyne × 10² cm = 10⁷ dyne·cm = 10⁷ erg

= 1 kg·m/s² × m = 1/9.80665 kg_f·m = 0.102 kg_f·m

= 0.102 (kg_f·m) × 1/427 Kcal / (kg_f·m) = 2.39×10⁻⁴ Kcal

※ 열의 일당량 : A = 1 / 427 (Kcal / kg_f·m)

※ 일의 열당량 : A = 427 (kg_f·m / Kcal)



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3)Units: Power(동력)

✓ **동력 (Power)** : 힘(F) × 변위 (L) / 시간 (s) = 힘(F) × 속도(V)

• SI Unit : Watt = J/s = N·m/s = (kg·m/s² × m)/s = kg·m²/s³

• 공학 Unit : kg_f·m/s = 9.80665 N·m/s = 9.80665 J/s = 9.80665 W

• BG Unit : lb_f·ft/s = 4.448 N × 0.3048 m/s = 1.355 W

• 불마력(PS) : 75 kg_f·m/s = 75 × 9.80665 N·m/s

= 735 W (우리나라 표준 동력단위)

• 영마력(HP) : 550 lb_f·ft/s = 550 × 4.448 N × 0.3048 m/s

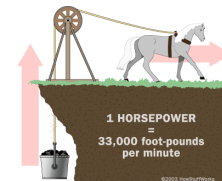
= 746 N·m/s = 0.746 kw

1 Ps = 735 W = 0.735 kw

1 HP = 746 W = 0.746 kw

1 kw = 1/0.735 Ps = 1.36 Ps

1 kw = 1/0.46 Ps = 1.34 HP



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

Summary (Meter - Foot pound system)

✓ **Basic Units**: 1 ft = 0.3048m, 1 lb_m = 0.45359kg

$$g = 9.80665 \text{ m/s}^2 = 9.80665 \times \frac{1}{0.3048} \text{ ft/s}^2 = 32.174 \text{ ft/s}^2$$

✓ **Mass**: 1 kg_f · s² / m = 1 kg^{*} × 9.8 m / s² · s² / m = 9.8 kg^{*} (공학→SI)

$$1 \text{ lb}_f \cdot \text{s}^2 / \text{ft} = 1 \text{ slug} = 1 \text{ lb}_m \times 32.174 \text{ ft/s}^2 \cdot \text{s}^2 / \text{ft} = 32.174 \text{ lb}_m$$

$$= 32.174 \times 0.45359 \text{ kg}^* = 14.5939 \text{ kg}^* \quad (\text{공학} \rightarrow \text{SI})$$

$$1 \text{ lb}_m = 0.45359 \text{ kg}^* \quad (\text{FPS} \rightarrow \text{SI})$$

✓ **Force**: 1 kg_f = 1 kg^{*} × 9.8 m / s² = 9.8 kg^{*} m / s² = 9.8 N (공학→SI)

$$1 \text{ lb}_f = 1 \text{ lb}_m \times 32.174 \text{ ft/s}^2 = 0.45359 \text{ kg}^* \times 32.174 \times 0.3048 \text{ m/s}^2$$

$$= 4.448 \text{ kg}^* \text{ m/s}^2 = 4.448 \text{ N} \quad (\text{공학} \rightarrow \text{SI})$$

$$1 \text{ Pdl} = 1 \text{ lb}_m \times 1 \text{ ft/s}^2 = 0.45359 \text{ kg}^* \times 0.3048 \text{ m/s}^2$$

$$= 0.1383 \text{ kg}^* \text{ m/s}^2 = 0.1383 \text{ N} \quad (\text{FPS} \rightarrow \text{SI})$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

4) Dimensional Analysis (차원해석)

✓ **차원 (Dimension) 해석**

• 임의의 물리량이 어떤 기본량의 조합에 의해 얻어지는가를 나타내기 위한 수단

• 질량(mass), 길이(length), 시간(time)의 차원을 각각

[M], [L], [T] (MLT system: SI 단위계)

• 힘(force), 길이(length), 시간(time)의 차원을 각각

[F], [L], [T] (FLT system: 공학 단위계)

임의의 물리량을 이들 기본량의 결합형식으로 표시하는 것

• 물리량의 크기를 나타내는 단위는 다양하나, 동일한 물리량의 차원은 같음.

예 1) MLT 계 : 힘(kg·m/s², g·cm/s²)은 여러 단위로 표시, 차원은 MLT⁻²로 동일

예 2) FLT 계 : 힘(kg_f, lb_f, N, dyne)은 여러 단위로 표시, 차원은 F로 동일

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

4) Dimensional Analysis (차원해석)

✓ **차원의 표시 방법** : MLT(절대단위계) 및 FLT(공학단위계)로 표시

기본차원 (Primary Dimension)				유도차원 (Secondary Dimension)			
물리량	단위 기호	차원		물리량	관계식	차원	
		MLT	FLT			MLT	FLT
질량 (Mass)	kg	M	없음	질량	$m = F/a$	m	M
힘 (Force)	kgf	없음	F	힘(N)	$F = ma$	$kg \cdot m/s^2$	MLT^{-2}
길이 (Length)	m	L	L	압력	$p = F/A$	$kg/m \cdot s^2$	$ML^{-1}T^{-2}$
시간 (Time)	s	T	T	에너지, 일	$W = FL$	$kg \cdot m^2/s^2$	ML^2T^{-2}
온도 (temp)	K	θ	θ	동력	$L = W/t$	$kg \cdot m^2/s^3$	ML^2T^{-3}

※전류(암페어, A), 광도(칸델라, cd), 물질량(몰, mol) 등은 유체역학과 연관성이 적으므로 생략

※기타 물리량에 대한 것은 Table 1-1 참조

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

5) Dimensional Homogeneity (차원동차성)

✓ Dimensional Homogeneity (차원동차의 원리)

• 물리적 현상을 나타내는 방정식 $A=B(C+D)$ 에서 “=” 기호의 좌우변은 동일한 차원이 되어야 한다. (Any equation that completely describes a physical phenomenon must be dimensionally homogeneous.)

(1) 방정식의 좌우변 차원이 같아야 함 (The dimensions of the right-hand side must be the same as the dimensions of the left-hand side.)

Equations	MLT	FLT
1 kg _f (힘) ≠ 1 kg* (질량)	$MLT^{-2} \neq M$	$F \neq FL^{-1}T^2$
1 W (동력) ≠ 1 J (에너지)	$ML^2T^{-3} \neq ML^2T^{-2}$	$FLT^{-1} \neq FL$
1 N (힘) = 10 ⁵ dyne (힘)	$MLT^{-2} = MLT^{-2}$	$F = F$

$$1kg_f = 1kg^* \times 9.8m/s^2 = \underbrace{9.8}_{\text{quantity}} \underbrace{kg^*}_{\text{unit}} \underbrace{(m/s^2)}_{\text{Dimension}} [MLT^{-2}] = 9.8N (MLT \text{ system})$$

$$1kg^* = F/a = 1kg_f / (9.8m/s^2) = \underbrace{(1/9.8)}_{\text{quantity}} \underbrace{kg_f}_{\text{unit}} \underbrace{(m/s^2)}_{\text{Dimension}} [FL^{-1}T^2] (FLT \text{ system})$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

5) Dimensional Homogeneity (차원동차성)

(2) 같은 차원의 물리량 만 더해지거나 뺄 수 있고 비교될 수 있다.

(The dimensions of all additive terms must be the same.)

예) Bernoulli eq. (for steady, incompressible flow along a single stream line)

$$\frac{V^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + z + h_L = E$$

사과와 오렌지는 더할 수 없다

$$\frac{V^2}{2g} + \frac{(F/A)}{(F/V)} + z + h_L = E$$

$$\frac{(m/s)^2}{(m/s^2)} + \frac{(kg^*m/s^2/m^2)}{(kg^*m/s^2/m^3)} + m + m = E$$

$$\underbrace{m[L] + m[L] + m[L] + m[L]}_{\text{차원이 같으므로 덧셈과 비교가 가능}} = E$$

차원이 같으므로 덧셈과 비교가 가능

예) 10m/s에 5s를 곱할 수는 있어도 더할 수는 없다 (차원이 다르므로)

(3) 차원동차의 원리를 이용하면 계산결과의 타당성을 알 수 있다.

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

5) Dimensional Homogeneity (차원동차성)

✓ Dimensional Homogeneity (차원동차의 원리)-보충설명

• d or ∂ of a derivative and $\int$ and d of an integral do not have dimensions.

$$\frac{dV}{dt} = \frac{[V]}{[t]} = \frac{(m/s)}{s} = \frac{[L/T]}{[T]} = \left[\frac{L}{T^2} \right]$$

$$\frac{d^2p}{dx^2} = \frac{[p]}{[x^2]} = \frac{(F/A)}{m^2} = \frac{[(ML/T^2)/L^2]}{[L^2]} = \left[\frac{M}{L^3T^2} \right] = \left[\frac{M}{L^3T^2} \right]$$

$$\int p dA = [p][A] = [M/LT^2][L^2] = \left[\frac{ML}{T^2} \right]$$

✓ 차원변수, 순수상수, 차원상수 Ex: $\frac{1}{2} \frac{V^2}{g} + \frac{p}{\gamma} + z + h_L = E$

• 차원변수(Dimensional variables):

측정 또는 조절되는 변수로써 실제 변화하는 양 (예: Bernoulli's equation에서 p, ρ, V, z)

• 차원상수(Dimensional constants):

경우에 따라 변화하지만, 주어진 문제에서는 일정 (예: 다음 slide 참조)

• 순수상수(Pure number):

무차원 상수, 계수 등 (예: Bernoulli's equation에서 1/2)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

5) Dimensional Homogeneity (차원동차성)

✓ 제한적 동차 방정식, 일반 동차방정식

- 제한적 동차방정식(restricted homogeneous equation):
특정 단위계에서만 동차(homogeneity)가 성립 또는 특정단위계로 제한되는 방정식
- 일반적 동차방정식(general homogeneous equation):
단위계와 무관하게 동차(homogeneity)가 성립되는 방정식

예) 자유낙하 물체의 이동거리(d)

$$d = \frac{1}{2}gt^2 = 4.91t^2, (g = 9.81\text{m/s}^2 \rightarrow \frac{1}{2}g = 4.91\text{m/s}^2 \rightarrow \frac{1}{2}g = 4.91)$$

$$[L] = [LT^{-2}][T^2] = [?][T^{-2}]$$

$$[L] = \underbrace{[L]}_{\text{GHE}} = \underbrace{[LT^{-2}][T^2]}_{\text{RHE}} \rightarrow 4.91[LT^{-2}]$$

차원상수
(Dimensional constants)

차원과 단위의 혼동을 방지하기 위해 가능하면
일반적 동차방정식(general homogeneous equation)을 사용하기 바람.

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

Unit Conversion Table

Conversion Factors from SI Units to BG and EE Units*

	To Convert from	to	Multiply by
Acceleration	m/s ²	ft/s ²	3.281
Area	m ²	ft ²	1.076 E + 1
Density	kg/m ³	lbm/ft ³	6.243 E - 2
	kg/m ³	slugs/ft ³	1.940 E - 3
Energy	J	Btu	9.478 E - 4
	J	ft · lb	7.376 E - 1
Force	N	lb	2.248 E - 1
Length	m	ft	3.281
	m	in.	3.937 E + 1
	m	mile	6.214 E - 4
Mass	kg	lbm	2.205
	kg	slug	6.852 E - 2
Power	W	ft · lb/s	7.376 E - 1
	W	hp	1.341 E - 3
Pressure	N/m ²	in. Hg (60 °F)	2.961 E - 4
	N/m ²	lb/ft ² (psf)	2.089 E - 2
	N/m ²	lb/in. ² (psi)	1.450 E - 4
Specific weight	N/m ³	lb/ft ³	6.366 E - 3
Temperature	°C	°F	$T_F = 1.8 T_C + 32^\circ$
	K	°R	1.800
Velocity	m/s	ft/s	3.281
	m/s	mi/hr (mph)	2.237
Viscosity (dynamic)	N · s/m ²	lb · s/ft ²	2.089 E - 2
Viscosity (kinematic)	m ² /s	ft ² /s	1.076 E + 1
Volume flowrate	m ³ /s	ft ³ /s	3.531 E + 1
	m ³ /s	gal/min (gpm)	1.585 E + 4

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

Unit Conversion Table

Conversion Factors from BG and EE Units to SI Units*

	To Convert from	to	Multiply by
Acceleration	ft/s ²	m/s ²	3.048 E - 1
Area	ft ²	m ²	9.290 E - 2
Density	lbm/ft ³	kg/m ³	1.602 E + 1
	slugs/ft ³	kg/m ³	5.154 E + 2
Energy	Btu	J	1.055 E + 3
	ft · lb	J	1.356
Force	lb	N	4.448
Length	ft	m	3.048 E - 1
	in.	m	2.540 E - 2
	mile	m	1.609 E + 3
Mass	lbm	kg	4.536 E - 1
	slug	kg	1.459 E + 1
Power	ft · lb/s	W	1.356
	hp	W	7.457 E + 2
Pressure	in. Hg (60 °F)	N/m ²	3.377 E + 3
	lb/ft ² (psf)	N/m ²	4.788 E + 1
	lb/in. ² (psi)	N/m ²	6.895 E + 3
Specific weight	lb/ft ³	N/m ³	1.571 E + 2
Temperature	°F	°C	$T_C = (5/9)(T_F - 32^\circ)$
	°R	K	5.556 E - 1
Velocity	ft/s	m/s	3.048 E - 1
	mi/hr (mph)	m/s	4.470 E - 1
Viscosity (dynamic)	lb · s/ft ²	N · s/m ²	4.788 E + 1
Viscosity (kinematic)	ft ² /s	m ² /s	9.290 E - 2
Volume flowrate	ft ³ /s	m ³ /s	2.832 E - 2
	gal/min (gpm)	m ³ /s	6.309 E - 5

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

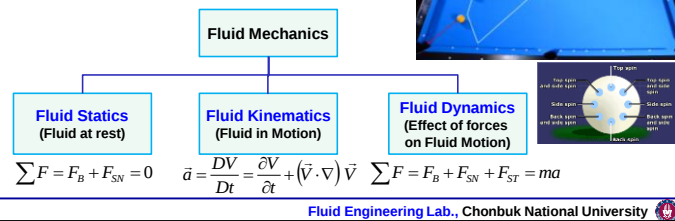
1.3 Analysis of Fluid Behavior (유체 거동의 해석)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1.3 Analysis of Fluid Behavior

- ✓ 유체거동 해석에 선행적으로 필요한 것: 유체의 물리적 특성
 - 유체의 특성을 나타내는 물리량 (Physical properties of Fluid)
 - 밀도(density), 비체적(specific volume), 비중량(specific weight), 비중 (specific gravity)
 - 점도(viscosity), 증기압 (vapor pressure), 압축성 (compressibility): 체적탄성계수, 압축률
 - 유체 거동을 지배하는 주요 힘 (governing forces)
 - 구동력(driving force): 압력(pressure)(단위 면적당 작용하는 힘: 수직력, F_{SN})
 - 저항력(마찰력): 전단력(shear force)(수평력, F_{ST}) → 속도구배에 비례(Newton's 점성법칙)

✓ 유체거동의 역학적 해석



1.4 Measures of Fluid Mass and Weight (유체의 질량과 무게의 계량)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1) 질량(mass, M)

✓ 유체의 양 (quantity)을 나타내는 용어

물질이 가진 고유한 물리량으로 압력과 온도가 일정하면 시간과 위치에 불변

- 질량보존 법칙 (law of conservation of mass): $\frac{dM}{dt} = \frac{dM}{ds} = 0$
- SI Unit : mass = kg* (기본단위)
- 공학 Unit : mass = W/g = $\text{kg} \cdot \text{s}^2/\text{m}$ (유도단위) = 9.80665 kg*
- BG Unit : mass = W/g = $\text{lb}_m \cdot \text{s}^2/\text{ft} = \text{slug}$ (유도단위) = 32.174 lb_m = 14.5939 kg*
- EE Unit : mass = lb_m (기본단위, pound mass) = 0.03108 slug
= 0.03108 x 14.5939 kg* = 0.45359 kg*

※ 영국절대, USCS의 경우 EE와 동일한 lb_m 을 기본단위로 사용

※ Note : 유체의 물성치 중

(밀도, 압력, 온도, 점도)를 1차 물성치라 하고,
(체적탄성계수, 표면장력)을 2차 물성치라 한다.

Don't FORGET!

$$1 \text{ slug} = 32.174 \text{ lb}_m = 14.5939 \text{ kg}^*$$

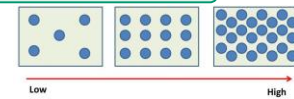
Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) 밀도(density, ρ /rho/로)

- ✓ 밀도 : 물체의 구성입자가 얼마나 조밀하게 들어 있는가를 나타내는 물리량
단위체적당 질량으로 표시 (밀도=질량/체적)

$$\rho = \frac{\text{Mass}}{\text{Volume}} = \frac{M}{V} \quad \begin{matrix} [\text{kg}^*/\text{m}^3], [\text{ML}^{-3}] \text{ (SI Units)}, \\ [\text{kg}_f \cdot \text{s}^2/\text{m}^4], [\text{FL}^{-4}\text{T}^2] \text{ (공학 Unit)} \end{matrix}$$

- SI Unit : $\rho = \text{kg}^*/\text{m}^3$
- 공학 Unit : $\rho = (\text{kg}_f \cdot \text{s}^2/\text{m})/\text{m}^3 = \text{kg}_f \cdot \text{s}^2/\text{m}^4$
- BG Unit : $\rho = \text{slug}/\text{ft}^3 = 14.5939 \text{ kg}^* / (0.3048)^3 \text{ m}^3$
= 515.38 kg^*/m^3
- EE Unit : $\rho = \text{lb}_m/\text{ft}^3 = 0.45359 \text{ kg}^* / (0.3048)^3 \text{ m}^3$
= 16.02 kg^*/m^3



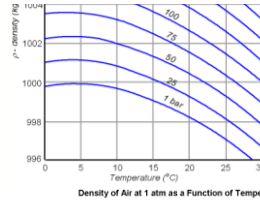
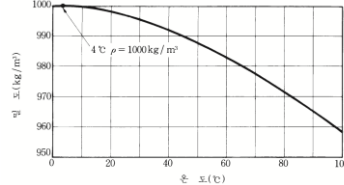
Don't FORGET!

$$1 \text{ slug} = 32.174 \text{ lb}_m = 14.5939 \text{ kg}^*$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) 밀도(density, ρ)

- ✓ **Density of Fluids:** 유체의 밀도는 온도와 압력의 함수(Pressure and Temp.)
The density of a fluid changes with temperature and pressure. The density of water versus temperature and pressure is indicated in the chart below:

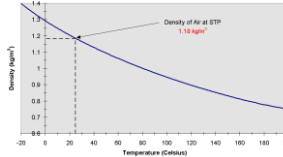


- ✓ **Density(ρ) = $\rho(T(\text{온도}), P(\text{압력}))$**

$$\rho = \rho RT$$

$$\rho = \rho(T, p)$$

→ 기체의 밀도를 지배
→ 액체의 밀도를 지배



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) 밀도(density): Density(ρ_w) of Water

- ✓ 표준대기압 (760 mmHg, 4°C (39.2°F)에서 물의 밀도 (ρ_w)

$$\begin{aligned}\rho_w &= 1000 \text{ kg}^* / \text{m}^3 = 1000 \times \frac{1}{9.80665} (\text{kg}_f \text{ s}^2 / \text{m}) / \text{m}^3 = 102 \text{ kg}_f \text{ s}^2 / \text{m}^4 \\ &= 1000 \times \frac{1}{14.5939} \text{ slug} / \left(\frac{1}{0.3048^3} \right) \text{ ft}^3 = 1.94 \text{ slug} / \text{ft}^3 \\ &= 1000 \times \frac{1}{0.4536} \text{ lb}_m / \left(\frac{1}{0.3048^3} \right) \text{ ft}^3 = 62.4 \text{ lb}_m / \text{ft}^3\end{aligned}$$

※Note

표준대기압 (standard atmosphere pressure, 1 atm) :

대기압의 표준값으로 온도 0°C 중력가속도 $g=9.80665 \text{ m/s}^2$ 인 해면 (sea level)에서 수은주 높이가 760 mm를 나타내는 압력으로, 1 atm(기압)으로 정의 한다.

즉, 1atm = 760mmHg = $1.03322 \text{ kg/cm}^2 = 1.01325 \text{ bar}$

(단, $\rho_{\text{수은}} = 13.5951 \times 1000 (\text{kg/m}^3)$)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) 밀도(density): Density(ρ_a) of Air

- ✓ 표준공기의 밀도 (ρ_{air})

표준공기는 온도 20°C, 절대압력 760 mmHg(1 bar), 상대습도 75 % 습공기를 말함

따라서 이상기체의 상태방정식 (Boyle-Charles' Law)

$$p v = RT \text{ or } p = \rho RT$$

$$p = 760 \text{ mmHg} = 1.033 \text{ kg}_f / \text{cm}^2 = 1.033 \times 10^4 \text{ kg}_f / \text{m}^2$$

$$R = 29.27 \text{ kg}_f \cdot \text{m} / \text{kg}^* \cdot \text{K}$$

$$T = 273 + 20 = 293 \text{ K}$$

$$\rho_{\text{air}} = \frac{p}{RT} = \frac{1.033 \times 10^4}{29.27 \times 293} = 1.2045 \text{ kg}^* / \text{m}^3$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) 비체적 (Specific Volume, v)

- ✓ 비체적 (specific volume, small v of alphabet)

: 밀도의 역수 즉, 단위질량이 점유하는 체적 (비체적=체적/질량)

$$v = \frac{\text{Volume}}{\text{Mass}} = \frac{V}{M} \quad \begin{matrix} [\text{m}^3/\text{kg}^*], [\text{M}^{-1}\text{L}^3] & (\text{SI Units}) \\ [\text{m}^4/\text{kg}_f \cdot \text{s}^2], [\text{F}^{-1}\text{L}^4\text{T}^{-2}] & (\text{공학 Unit}) \end{matrix}$$

• SI Unit : $v = \text{m}^3/\text{kg}^*$

• 공학 Unit : $v = \text{m}^3/(\text{kg}_f \cdot \text{s}^2/\text{m}) = \text{m}^4/\text{kg}_f \cdot \text{s}^2$

※Note : 밀도(density)와 비체적(specific volume)

- 밀도 (Density)는 액체의 경우 주로 사용되고,

- 비체적 (Specific Volume)은 기체의 경우 주로 사용된다.

- ✓ 표준대기압 (760 mmHg)에서 20°C에서 물과 공기의 밀도 및 비체적

$$\rho_w = 998.2 \text{ kg}^* / \text{m}^3, \quad v_w = 0.001 \text{ m}^3 / \text{kg}^* \quad (\text{at } 20^\circ\text{C})$$

$$\rho_a = 1.204 \text{ kg}^* / \text{m}^3, \quad v_a = 0.8 \text{ m}^3 / \text{kg}^* \quad (\text{at } 20^\circ\text{C})$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

4) 비중량(specific weight, γ /gamma/감마)

✓ 비중량 : 단위체적당 무게를 나타내는 물리량 (비중량 = 무게/체적)

$$\gamma = \frac{\text{Weight}}{\text{Volume}} = \frac{W}{V} \quad \begin{matrix} [\text{N/m}^3], [\text{ML}^{-2}\text{T}^{-2}] \text{ (SI Units),} \\ [\text{kg}_f/\text{m}^3], [\text{FL}^{-3}] \text{ (공학 Unit)} \end{matrix}$$

• SI unit : $\gamma = \text{N/m}^3 = \text{kg}^*(\text{m/s}^2)/\text{m}^3 = \text{kg}^*/\text{s}^2\text{m}^2$

• 공학 unit : $\gamma = \text{kg}_f/\text{m}^3$

✓ 성질 : 엄밀한 의미에서 중력과 관계하므로 유체 자체의 물성치는 아니지만, 유체와 관련된 문제에서 편리성으로 인해 자주 사용됨

$$\gamma = \frac{\text{Weight}}{\text{Volume}} = \frac{W}{V} = \frac{Mg}{V} = \frac{M}{V} g = \rho g$$

비중량(γ) = 밀도(ρ) × 중력가속도(g)



$$\gamma = \rho g$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

4) 비중량(specific weight, γ)

✓ 표준대기압(760mmHg, 4°C(39.2°F))에서 물의 비중량(γ_w)

$$\begin{aligned} \gamma_w &= \rho_w \times g \\ &= 1000\text{kg}^* / \text{m}^3 \times 9.8\text{m} / \text{s}^2 = 9800\text{kg}^* (\text{m} / \text{s}^2) / \text{m}^3 = 9800\text{N} / \text{m}^3 \\ &= 102\text{kg}_f \text{s}^2 / \text{m}^4 \times 9.8\text{m} / \text{s}^2 = 1000\text{kg}_f / \text{m}^3 \end{aligned}$$

※Note : SI Unit 및 공학 Unit에서 물의 밀도 및 비중량(γ_w)
(표준대기압 (760 mmHg), 온도 4°C 에서)



Physical Properties	SI Unit	공학 Unit
밀도 (Density)	1000 kg [*] /m ³	102 kg _f ·s ² /m ⁴
비중량 (Specific Weight)	9800 N/m ³	1000 kg _f /m ³

비중량(γ) = 밀도(ρ) × 중력가속도(g)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

5) 비중(Specific Gravity, S)

✓ 비중 (Specific gravity, S) :

표준대기압 (760 mmHg)에서 4°C의 물보다 몇 배 무거운가를 나타내는 물리량

$$S = \frac{\gamma}{\gamma_w} = \frac{\rho g}{\rho_w g} = \frac{\rho}{\rho_w} \quad \text{단위 [1]: 무차원 수}$$

S = 물체의 비중량 / 4°C 물의 비중량 또는

S = 물체의 밀도 / 4°C 물의 밀도



Ex: $S_{\text{mercury}} = 13.5951$ at 0°C

$\rho_{\text{mercury}} = ?$

$\gamma_{\text{mercury}} = ?$



$$\rho_w = 1000\text{kg}^* / \text{m}^3 = 102\text{kg}_f \text{s}^2 / \text{m}^4$$

$$\gamma_w = 9800\text{N} / \text{m}^3 = 1000\text{kg}_f / \text{m}^3$$

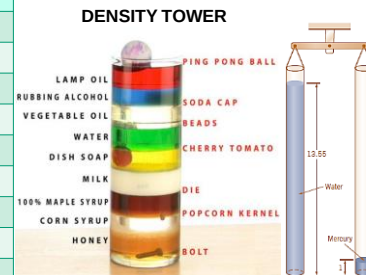


Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

5) 비중(Specific Gravity, S)

✓ 각종 액체의 비중(Specific gravity, S)

액 체	온도(°C)	비 중
휘발유	15	0.66-0.75
원유	15	0.70-1.00
Ethyl Alcohol	20	0.790
Benzene	15	0.884
동물성유	15	0.86-0.94
Olive유	15	0.91
식물성유	15	0.91-0.97
피마자유	15	0.97
Glycerin	15	1.264
수은	20	13.55
사염화탄소	20	1.590
해수(海水)	15	1.025



$$\rho_{\text{Hg}} = (13.55)(1000\text{kg}^* / \text{m}^3) = 13.6 \times 10^3 \text{kg}^* / \text{m}^3$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

Summary

✓Density (ρ) : 밀도

$$\rho = \frac{\text{Mass}}{\text{Volume}} = \frac{M}{V} \quad [\text{kg}/\text{m}^3], [\text{ML}^{-3}] \quad (\text{SI Units}),$$

$$[\text{kg}_f \cdot \text{s}^2/\text{m}^4], [\text{FL}^{-4}\text{T}^2] \quad (\text{공학 Unit})$$

✓Specific volume (small v of alphabet) : 비체적

$$v = \frac{\text{Volume}}{\text{Mass}} = \frac{V}{M} \quad [\text{m}^3/\text{kg}], [\text{M}^{-1}\text{L}^3] \quad (\text{SI Units}),$$

$$[\text{m}^4/\text{kg}_f \cdot \text{s}^2], [\text{F}^{-1}\text{L}^4\text{T}^2] \quad (\text{공학 Unit})$$

✓Specific weight (γ) : 비중량

$$\gamma = \frac{\text{Weight}}{\text{Volume}} = \frac{W}{V} \quad [\text{N}/\text{m}^3], [\text{ML}^{-2}\text{T}^{-2}] \quad (\text{SI Units}),$$

$$[\text{kg}_f/\text{m}^3], [\text{FL}^{-3}] \quad (\text{공학 Unit})$$

✓Specific gravity (S) : 비중

$$S = \frac{\gamma}{\gamma_w} = \frac{\rho g}{\rho_w g} = \frac{\rho}{\rho_w} \quad \text{단위 [1] : 무차원 수}$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

Examples

Ex 2) 어떤 유체 4ℓ 의 무게가 40N 이다.

이 유체의 밀도(ρ), 비중량 (γ), 비중(S)은?

Sol) 무게와 부피가 주어져 있으므로 먼저 비중량을 구하는 것이 쉽다.

① 비중량

단위는 SI, MKS로 통일한다.

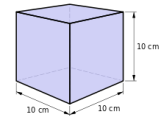
(그렇다면 비중량의 단위는 N/m^3 이 될 것이다)

문제에서 부피의 단위가 SI, MKS 단위가 아니므로 이를 고쳐야 한다.

$1 \text{ m}^3 = 1 \times 10^6 \text{ cm}^3 = 1,000\ell$ 의 관계로부터,

$1 \ell = 10^3 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$ 이다.

비중량 (γ) = $W / V = 40\text{N} / 4 \ell = 40\text{N} / (4 \times 10^{-3} \text{ m}^3)$
 $= 10,000 \text{ N}/\text{m}^3 = 10 \text{ kN}/\text{m}^3$



주해 [cubic meter, 입방미터(1 m^3), 세제곱미터]

일본에서는 입방미터를 입방미(立方米)라 하는데

이를 일본식으로 발음하면 '큐우베아'이다.

이것이 '루베'로 굳어져 건축현장 등에서 아직까지 사용됨.

$$1\ell = 10 \times 10 \times 10 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

$$= 1000(10^{-2} \text{ m})^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

Examples

② 밀도

$$\text{밀도}(\rho) = \gamma / g = (10,000 \text{ N}/\text{m}^3) / 9.8 \text{ m}/\text{s}^2 = 1,020 \text{ kg}/\text{m}^3$$

(위에서 단위계산을 할 필요는 없고, SI, MKS 단위로 통일하여 계산하면 된다)

③ 비중은 밀도 또는 비중량 어느 것 하나만 알고 있으면 가능하다.

$$S = (1,020 \text{ kg}/\text{m}^3) / (1,000 \text{ kg}/\text{m}^3) = 1.02 \text{ 또는}$$

$$S = (10,000 \text{ N}/\text{m}^3) / (9,800 \text{ N}/\text{m}^3) = 1.02 \text{ 로 결과는 동일하다.}$$



1 ℓ beer mugs



1 ℓ 2 ℓ

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

Examples

Ex 4) 다젤유의 체적(V) = 14 m^3 , 무게(W) = $12,000 \text{ kg}_f$ 일 때,

밀도(ρ), 비체적(v), 비중량 (γ), 비중(S)은 ?

Sol) SI Unit 및 공학 Unit로 구할 경우

1) SI Unit

① 밀도 (ρ)

방법 1) 무게가 공학단위로 되어 있으므로 SI Unit인 N으로 고친다.

$$W = 12,000 \text{ kg}_f = 12,000 \times 9.8 \text{ N} = 117,600 \text{ N},$$

$$W = mg \text{ 이므로}$$

$$m = W/g = 117,600 \text{ N} / 9.8 \text{ m}/\text{s}^2 = 12,000 \text{ N} / (\text{m}/\text{s}^2) = 12,000 \text{ kg}^*$$

$$\text{밀도} (\rho) = m / V = 12,000 \text{ kg}^* / 14 \text{ m}^3 = 857.1 \text{ kg}^*/\text{m}^3$$

방법 2) 공학단위의 무게를 SI Unit 질량으로 직접 바꾸는 방법

무게가 $12,000 \text{ kg}_f$ 이면 질량이 $12,000 \text{ kg}^*$ 이 된다. (1 kg_f 의 정의를 참고)

$$\text{따라서 밀도} (\rho) = m / V = 12,000 \text{ kg}^* / 14 \text{ m}^3 = 857.1 \text{ kg}^*/\text{m}^3$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

Examples

② 비체적 (v)

비체적은 밀도의 역수 이므로 쉽게 계산할 수 있음

$$v = 1/\rho = 1 / 857.1 \text{ kg/m}^3 = 0.001166 \text{ m}^3/\text{kg}^*$$

③ 비중량 (γ)

단위는 SI, MKS로 통일한다. (그렇다면 비중량의 단위는 N/m³이 될 것이다)

문제에서 부피의 단위가 SI, MKS 단위가 아니므로 이를 고쳐야 한다.

$$W = 12,000 \text{ kg}_f = 12,000 \times 9.8 \text{ N} = 117,600 \text{ N}$$

$$\gamma = W / V = 117,600 \text{ N} / 14 \text{ m}^3 = 8,400 \text{ N/m}^3$$

④ 비중 (S)

비중은 밀도 또는 비중량 어느 것 하나만 알고 있으면 가능하다.

$$S = (857.1 \text{ kg/m}^3) / (1,000 \text{ kg/m}^3) = 0.857 \text{ 또는}$$

$$S = (8,400 \text{ N/m}^3) / (9,800 \text{ N/m}^3) = 0.857 \text{ 로 결과는 동일하다.}$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

Examples

2) 공학 Unit

① 밀도 (ρ)

방법 1) 국제단위로 구한 결과를 이용하는 방법

$$\text{밀도 } (\rho) = 857.1 \text{ kg/m}^3 = 857.1 \times ((1/9.8) \text{ kg}_f \cdot \text{s}^2/\text{m}) / \text{m}^3 = 87.46 \text{ kg}_f \cdot \text{s}^2/\text{m}^4$$

방법 2) 공학단위로서 계산하는 방법 (∵ 무게가 공학단위로 주어져 있으므로)

$$m = W / g = 12,000 \text{ kg}_f / 9.8 \text{ m/s}^2 = 1,224.5 \text{ kg}_f \cdot \text{s}^2/\text{m}$$

$$\text{밀도 } (\rho) = m / V = 1,224.5 (\text{kg}_f \cdot \text{s}^2/\text{m}) / 14 \text{ m}^3 = 87.46 \text{ kg}_f \cdot \text{s}^2/\text{m}^4$$

② 비체적 (v) : 비체적은 밀도의 역수 이므로 쉽게 계산할 수 있음

$$v = 1/\rho = 1 / 87.46 \text{ kg}_f \cdot \text{s}^2/\text{m}^4 = 0.01143 \text{ m}^4/\text{kg}_f \cdot \text{s}^2$$

③ 비중량 (γ)

$$\gamma = W / V = 12,000 \text{ kg}_f / 14 \text{ m}^3 = 857.14 \text{ kg}_f/\text{m}^3$$

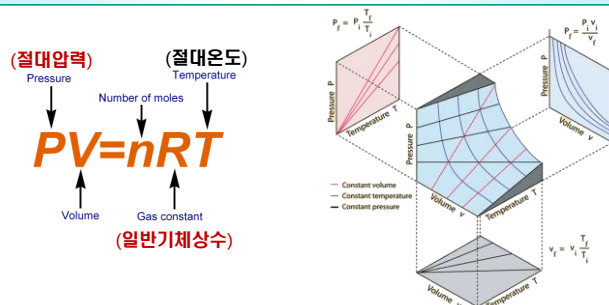
④ 비중 (S)

$$S = \rho / \rho_w = (87.46 \text{ kg}_f \cdot \text{s}^2/\text{m}^4) / (102 \text{ kg}_f \cdot \text{s}^2/\text{m}^4) = 0.857 \text{ 또는}$$

$$S = \gamma / \gamma_w = (857.14 \text{ kg}_f/\text{m}^3) / (1,000 \text{ kg}_f/\text{m}^3) = 0.857 \text{ 로 결과는 동일하다.}$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1.5 Ideal Gas Law (이상기체의 법칙)



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) Eq. of state (이상기체 상태방정식)

✓ 상태방정식: 압력(p)-온도(T)-비체적(v) 사이의 관계를 표현한 방정식

✓ 이상기체의 상태방정식 (ideal-gas equation of state) : 보일-샤를 법칙

$$pv = RT \text{ or } p = \rho RT$$

p : 절대압력, v : 비체적(V/M), ρ : 밀도,
T : 절대온도(K), R : 기체상수(gas constant)
(기체마다 다른 값을 갖는다)

✓ 이상기체(ideal gas): 이상기체 상태방정식(보일-샤를 법칙)을 만족하는 기체

✓ 일반기체상수(universal gas constant, R_u) : 물질에 관계없이 일정한 상수

• 동일한 상태(압력, 온도, 비체적)에 있는 두 기체에 대해 다음 관계식이 성립한다.

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\rho_1 V}{\rho_2 V} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{M_1}{M_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{R_1}{R_2}$$

m: 질량(mass, m),
M: 분자량(molecular weight, g/mol, kg/kmol, M=m/N)
R: 가스상수 (gas constant)(보일-샤를 법칙의 비례상수)

$$M_1 v_1 = M_2 v_2 = V_m \text{ (molar volume) (Avogadro's law)}$$

$$M_1 R_1 = M_2 R_2 = R_u \text{ (universal gas constant) (일반기체상수는 모든 기체에 대해 동일한 값을 갖는다)}$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) Eq. of state (이상기체 상태방정식)

• 표준상태(1 atm = 101,325 Pa, 0°C = 273.15K, $V_m = 22.4 \text{ m}^3/\text{kmol}$)에서 R_u 값 계산

$$pv = RT \rightarrow p \frac{V}{M} = RT \rightarrow pV = MRT \quad (M : \text{molar Mass})$$

$$R_u = MR = \frac{pV}{T} = \frac{101325 \text{ N/m}^2 \times 22.4 \text{ m}^3/\text{kmol}}{273 \text{ K}} = 8314 \frac{\text{Nm}}{\text{K} \cdot \text{kmol}} = 8314 \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}}$$

$$\begin{aligned} &= 8314 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} = 8314 \frac{\text{kPa} \cdot \text{m}^3}{\text{kmol} \cdot \text{K}} = 0.0821 \frac{\text{atm} \cdot \text{l}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \\ &= 848 \frac{\text{kg}_f \cdot \text{m}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \quad (1 \text{ atm} = 10332 \text{ kg}_f/\text{m}^2) \end{aligned}$$

✓ 기체상수 계산 : $R_u = MR \rightarrow R = \frac{R_u}{M}$, $\left(\frac{\text{kJ}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \text{ or } \frac{\text{kg}_f \cdot \text{m}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \right)$

예) 공기 : 분자량(M) = 28.964, $R = 0.287 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} = 29.27 \text{ kg}_f \cdot \text{m/kg} \cdot \text{K}$

$$\begin{aligned} R_{\text{air}} &= \frac{8314 (\text{kJ} / \text{kmol} \cdot \text{K})}{M (\text{kg}^* / \text{kmol})} = \frac{848 (\text{kg}_f \cdot \text{m} / \text{kmol} \cdot \text{K})}{M (\text{kg}^* / \text{kmol})} & R_{\text{Helium}} &= 2.0769 \text{ kJ} / \text{kg}^* \cdot \text{K} \\ R_{\text{Argon}} &= 0.2081 \text{ kJ} / \text{kg}^* \cdot \text{K} \\ &= 0.287 \text{ kJ} / \text{kg}^* \cdot \text{K} = 29.27 \text{ kg}_f \cdot \text{m} / \text{kg}^* \cdot \text{K} & R_{\text{Nitrogen}} &= 0.2968 \text{ kJ} / \text{kg}^* \cdot \text{K} \end{aligned}$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) Eq. of state (이상기체 상태방정식)

✓ 이상기체 상태방정식의 다른 표현

$$pv = RT \quad (\text{Base form})$$

$$PV = mRT \quad (V = m\nu)$$

$$PV = NR_uT \quad (m = MN, mR = MNR = NR_u)$$

$$P\bar{v} = R_uT \quad (V = N\bar{v})$$

m : mass (kg^*)

N : number of moles

M : molar mass (g/mol or kg/kmol)

R : gas constant ($\text{kJ/kg}^* \cdot \text{K}$)

R_u : universal gas constant ($\text{kJ/kmol} \cdot \text{K}$)

$\bar{v}$: mol specific volume (m^3 / kmol)

※ $N(\text{mole}) = \text{질량}(\text{m}) / \text{분자량}(\text{M})$, $R_u = MR$ (universal gas constant or ideal gas constant)

$$\begin{aligned} N &= \frac{m}{M} \\ V &= \nu m \end{aligned}$$

※ Note : 표준 대기압 (1 atm = 760 mmHg = 10,332 kg_f/m^2 , $T = 273^\circ\text{K}$)에서 산소(O_2)의 물성치

• 비중량 $\gamma = 1.429 \text{ kg}_f / \text{m}^3$

• 분자량 $M = 32$ (Weight of 1 kmol $\rightarrow W = 32 \text{ kg}_f$)

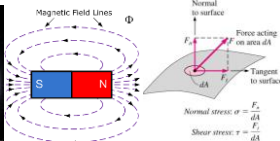
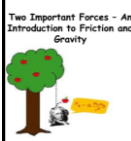
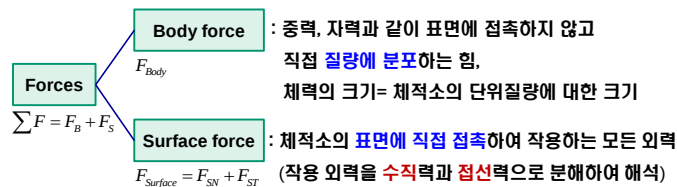
• 체적 $V = \frac{32 \text{ kg}_f}{1.429 \text{ kg}_f / \text{m}^3} = 22.4 \text{ m}^3$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) 압력(P)과 응력(σ /sigma, τ /tau)

✓ 유체입자에 작용하는 힘의 종류 (Forces acting on a fluid particle)

• 연속체의 임의의 체적요소에 작용하는 힘은 크게 두 가지 형태로 구분할 수 있음



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

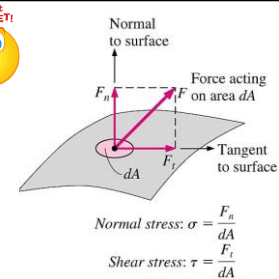
3) 압력(P)과 응력(σ , τ)

Don't FORGET!

$$\sum F = ma$$

$$F_B + F_S = m(a_c + a_t)$$

$$F_B + F_{\text{SN}} + F_{\text{ST}} = m(a_c + a_t)$$



F_B : Body force (체력)

F_S : Surface force (표면력)

F_{SN} : Normal term of surface force (수직력(압력) ↔ 수직응력(normal stress))

F_{ST} : Tangential term of surface force (전단력 ↔ 전단응력(shear stress))

a_c : convective acceleration (대류가속도)

a_t : temporal acceleration (순간 가속도)

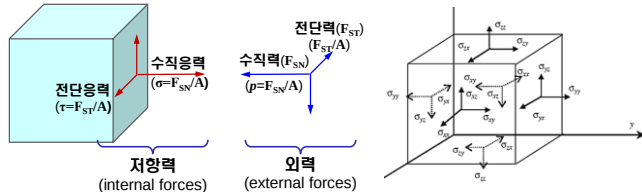
Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) 압력(P)과 응력(σ , τ)

✓ **응력 (stress) : 단위면적당 작용하는 힘 (=F/A) (응력應力: 應 응할응 힘 힘력)**

In continuum mechanics, stress is a measure of the **internal forces** acting within a **deformable body**. Quantitatively, it is a measure of the average force per unit area of a surface within the body on which internal forces act. These internal forces arise as a **reaction to external forces** applied to the body.

- 수직응력(normal stress, σ): 면에 수직하게 작용하는 응력 → 체적변화
- 전단응력(shear stress, τ) : 면에 평행하게 작용하는 응력 → 전단변형



- 유체가 흐른다는 것은 에너지 분포 상태가 다르다는 것을 의미하고, 이때 작용하는 단위면적당 힘과 응력은 크기가 같고 방향이 반대
- 두 유체입자 사이에는 속도 차이가 존재하면 전단력과 전단응력이 발생 (방향은 반대)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) 압력(P)과 응력(σ , τ)

✓ **압력 (Pressure, P) : 단위면적에 수직하게 작용하는 힘으로 정의**

압력 = 힘 / 작용면적 = 단위면적당 작용하는 힘 = 수직응력

$$P = \frac{F(\text{Force})}{A(\text{Area})} \quad \begin{matrix} [\text{N/m}^2 = \text{kg/m} \cdot \text{s}^2], [\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}] (\text{SI Units}), \\ [\text{kgf/cm}^2], [\text{FL}^{-2}] (\text{공학 Unit}) \end{matrix}$$

- SI Unit : $P = \text{N/m}^2 = \text{kg/m} \cdot \text{s}^2 = \text{Pascal}$
- 공학 Unit : $P = \text{kgf/cm}^2 = 9.8 \text{ N} / 10^{-4} \text{ m}^2 = 9.8 \times 10^{-4} \text{ N/m}^2 (\text{Pascal})$
- BG Unit : $P = \text{lb}_f/\text{ft}^2 = 4.448 \text{ N} / (0.3048)^2 \text{ m}^2 = 47.88 \text{ N/m}^2 = 47.88 \text{ Pa}$
- USCS Unit: $P = \text{lb}_f/\text{in}^2 (\text{psi}) = 4.448 \text{ N} / (2.54 \times 10^{-2})^2 \text{ m}^2 = 6894.4 \text{ Pa}$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) 압력(P)과 응력(σ , τ)

Classification of pressures



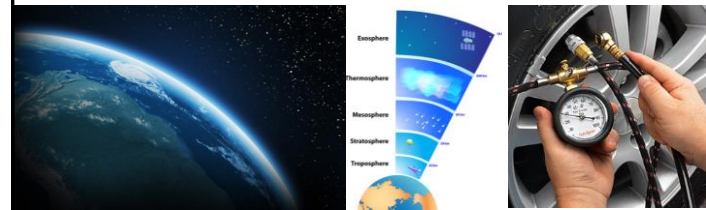
- 대기압 (atmospheric pressure, P_{atm})
 - 표준대기압 (standard atmospheric pressure)
 - 국소대기압 (local atmospheric pressure)
 - 계기압 (gage pressure, P_{gag})
 - 절대압 (absolute pressure, P_{abs}) = 국소대기압 + 계기압
- 정역학적 관점
-
- ✓ 정압 (static pressure, P_s)
 - ✓ 동압 (dynamic pressure, P_d)
 - ✓ 정체압 (stagnation pressure, P_t) = 정압 + 동압
- 동역학적 관점

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) 압력(P)과 응력(σ , τ)

✓ **정지상태의 유체에 작용하는 압력 (대기압, 계기압, 절대압)**

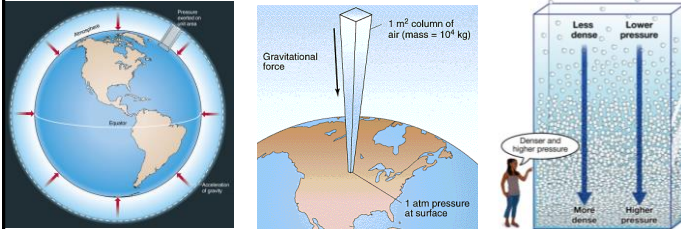
- 대기압 (atmospheric pressure, P_{atm}): 지구를 둘러싼 대기에 의해 가해지는 압력
 - 표준대기압(standard atmospheric pressure): 해수면에서 국소대기압의 평균값
 - 국소대기압(local atmospheric pressure): 지방의 고도, 날씨, 기후 등에 따라 다름
- 계기압력 (gage pressure): 국소대기압을 기준으로 측정된 압력 (P_{gag})
- 절대압력 (absolute pressure): 완전진공을 기준으로 측정된 압력 (P_{abs})



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) 압력(P)과 응력(σ , τ)

✓ 대기압 (atmospheric pressure, atm): 지구를 둘러싼 대기(공기)에 의해 가해지는 압력



- 대기압은 지상으로부터 30km 이내에 대기에 의해 발생하며 고도에 따라 변화함
- 실제로 1기압(atm)이란 1m²의 면적에 10톤 (10⁴kg) 정도의 중량이 가해지는 엄청난 힘과 같다.

Note: composition of air

체적 % (중량 %) : 질소 78.09(75.54), 산소 20.93(23.14), 아르곤 0.93(1.27)

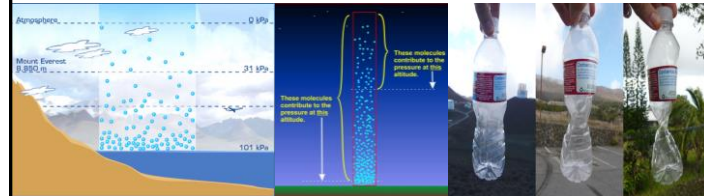
이 외에 상당량의 수증기와 이산화탄소(0.03 체적% 정도), 네온(18ppm), 헬륨(5ppm), 클리프론(1ppm), 크세논(0.09ppm)을 포함. 일산화황, 질소산화물, 저급 탄화수소, 분진 등도 포함하고 있다.

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) 압력(P)과 응력(σ , τ)

✓ 고도에 따른 대기압 (atmospheric pressure) 변화

- 대부분의 공기 분자는 지구의 중력에 의해 지표면 근처에 모여 있고 고도가 높아질수록 지구의 중력이 약해져서 공기의 밀도는 희박해진다라는 뜻이다.
- 공기의 밀도가 희박해지면서 대기압은 고도에 따라 감소하게 된다.
- 대기압은 고도와 더불어 변화하며, 만약 온도가 일정하다고 하면 해면 위 10m마다 약 1.2mbar씩 낮아진다. (고도에 따른 온도 감쇄율: 1km 당 -6.5°C)



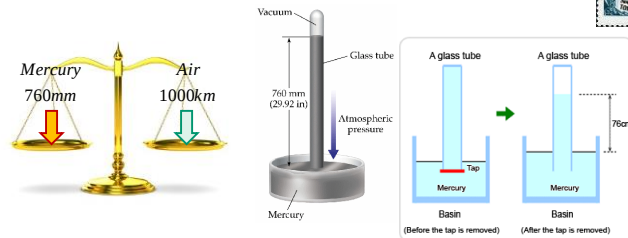
Note: 대기압력은 측정점 위로 쌓여진 유체의 총량 (무게)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) 압력(P)과 응력(σ , τ)

✓ 표준대기압 (standard atmosphere pressure, 1 atm)

- 지구상의 대기압의 표준을 결정하는 값
- 이탈리아의 과학자 토리첼리(Torricelli)가 1643년에 최초로 기압을 실험적으로 측정
 - 해면 (sea level)에서 표준중력 가속도 $g=9.80665 \text{ m/s}^2$ 인
 - $\rho=13.5951 \times 1000 \text{ (kg/m}^3\text{)}$ 의 밀도를 가지고 있는 0°C의 수은주 높이
 - $H=760 \text{ mm}$ 를 나타내는 압력을 표준대기압으로 정의하고 1 atm으로 나타냄

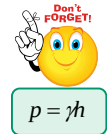


Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) 압력(P)과 응력(σ , τ)

✓ 표준대기압 1 atm의 크기

$$P = \frac{F(\text{Force})}{A(\text{Area})} = \frac{W(\text{Weight})}{A(\text{Area})} = \frac{\gamma V}{A} = \frac{\gamma Ah}{A} = \gamma h$$



$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} \quad (S_{\text{mercury}}=13.5951, g=9.80665 \text{ m/s}^2)$$

$$= 13.5951 \times 9806.65 \text{ N/m}^3 \times 0.76 \text{ m} = 101325 \text{ N/m}^2 \text{ (Pascal)}$$

$$= 1013.25 \text{ hecto Pa (hecto}=10^2\text{) (우리나라 기상 표준단위)}$$

$$= 1.01325 \text{ bar (1 bar} = 10^5 \text{ Pa)}$$

$$= 1013.25 \text{ mm bar (1 bar} = 1000 \text{ mmbar)}$$

$$= 13.5951 \times 1000 \text{ kg/m}^3 \times 0.76 \text{ m} = 10332.27 \text{ kg/m}^2 = 1.033227 \text{ kg/cm}^2$$

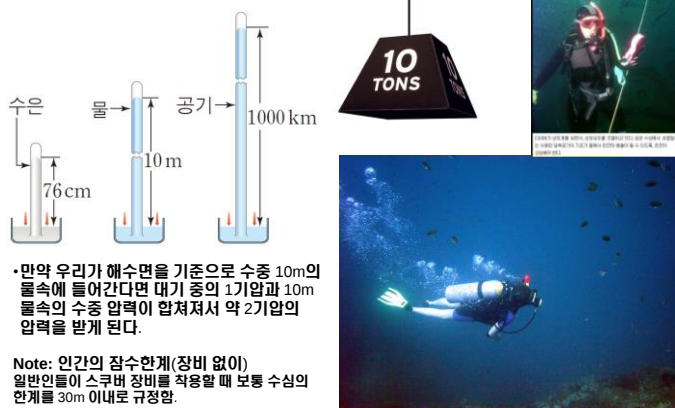
$$= 13.5951 \times 0.76 \text{ m} \times \text{mH}_2\text{O} = 10.33227 \text{ mH}_2\text{O} = 10.33227 \text{ mAq}$$

수은의 밀도보다 약 13.6배가 작으므로 물기둥의 높이는 76cm의 13.6배이므로 약 10m 정도가 된다. 따라서 진공 펌프를 이용하여 물을 끌어 올릴 때 10m 이상은 끌어 올릴 수가 없게 된다.

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) 압력(P)과 응력(σ , τ)

✓ 표준대기압 1 atm의 크기



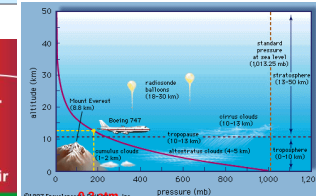
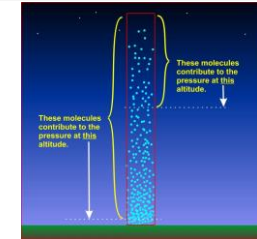
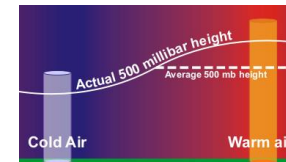
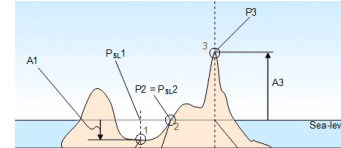
Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) 압력(P)과 응력(σ , τ)

✓ 국소대기압 (local atmospheric pressure)

• 관찰자가 있는 지점의 대기압

$A_1 = -500.152.4 \text{ (m)}$ $P_1 = 1.042737 \text{ (atm)}$, 792.48mmHg
 $A_2 = 0 \text{ m}$ $P_2 = 1.024355 \text{ (atm)}$, 778.51mmHg
 $A_3 = 914.4 \text{ (m)}$ $P_3 = 0.918411 \text{ (atm)}$, 697.99mmHg

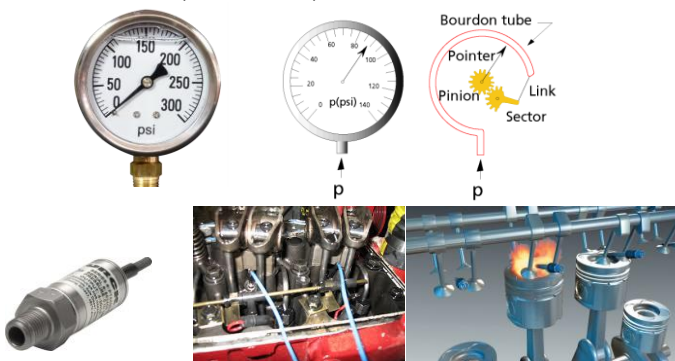


Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) 압력(P)과 응력(σ , τ)

✓ 계기압 (gage pressure, P_{gage})

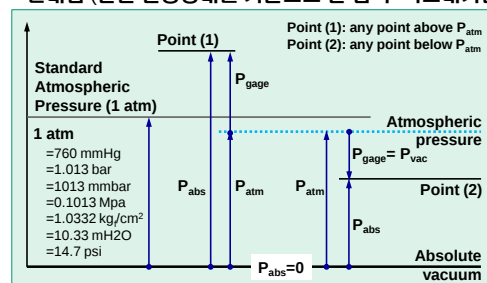
- 국소대기압을 기준으로 측정된 압력
- 계기압은 측정 위치(국소대기압 기준)에서 0의 눈금이 나타나도록 조정한다.



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) 압력(P)과 응력(σ , τ)

✓ 절대압 (완전 진공상태를 기준으로 한 압력=국소대기압+계기압)



P_{abs} = absolute pressure
 P_{atm} = atmospheric pressure
 P_{gage} = gage pressure
 P_{vac} = vacuum pressure

$1 \text{ atm} \approx 1 \text{ bar} \approx 0.1 \text{ MPa} \approx 1 \text{ kg/cm}^2 \approx 10 \text{ mAq} \approx 14.7 \text{ psi}$

Psi: pounds per square inch

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1.6 Viscosity (점성계수)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1) 점성(Viscosity)이란?

✓ 점성(粘性)이란?

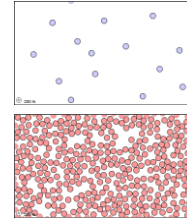
- 유체의 끈적 끈적한 성질로서 액체나 기체의 흐름에 대한 내부저항으로 간주되고 흐름에 대한 저항의 척도임
- 유체 유동시 유체 입자와 입자, 유체층 사이에 상대운동이 발생할 때 흐름을 방해하려는 저항력의 원인이 되는 성질. 운동과 반대방향의 마찰력으로 작용 (점성으로 인한 저항력은 점선력으로 작용 = 전단력)

✓ 점성의 발생원인 (cause of viscosity)

인접한 유체층 사이에 상대운동이 존재할 때 분자운동에 의한

- 운동량수송 (momentum transfer) 효과와, 분자상호간의
- 분자응집력 (molecular cohesive force)에 기인한다.

즉 점성은 운동량수송효과와 분자응집력 효과의 중첩 결과이다.



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1) 점성(Viscosity)이란?

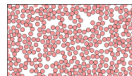
✓ 점성의 성질 : 압력보다 온도에 지배적인 영향을 받는다

- 액체: 분자가 서로 응집된 상태에서 운동.

분자간의 응집력이 주원인. (분자응집력효과 > 운동량수송효과)

온도가 상승하면 분자진동 및 운동이 증가하여 분자거리가 멀어져 분자인력이 감소하여 점성이 낮아진다.

(예) 배 표면 가열 : 점성계수 감소 → 저항력 감소

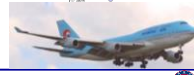


- 기체: 분자가 서로 떨어진 상태에서 운동.

분자간의 상호 충돌로 인한 운동 수송이 주원인. (분자응집력 < 운동량수송)

온도가 상승하면 분자운동이 활발해지므로 운동량 수송이 증가로 인한 마찰력이 증가하여 점성이 증가한다.

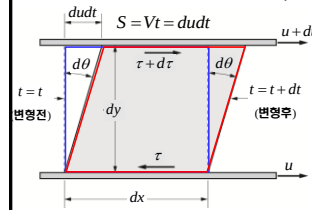
(예) 비행기표면 가열 : 점성계수 증가 → 저항력 증가



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) 점성법칙(Viscosity law)

✓ 속도구배(Velocity gradient)와 각변형속도(rate of angular deformation)의 관계 (각변형률, 전단변형률(shear strain rate))



$$dy \cdot d\theta \approx du \cdot dt \quad (dy \text{가 충분히 작으므로})$$

$$\frac{du}{dy} \approx \frac{d\theta}{dt} \quad \begin{matrix} \text{(속도구배} \approx \text{각변형속도)} \\ \text{각변형률} \\ \text{전단변형률} \end{matrix}$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{d\theta}{dt} \quad \begin{matrix} \text{(Newton's} \\ \text{viscous law)} \end{matrix}$$

결국, Newton의 점성법칙은 Newton유체에 적용한 Hook법칙에 지나지 않으며, 탄성체에서 응력은 변형률에 비례하나, 유체에서 응력은 변형률 속도에 비례한다.

Hook법칙: 외력과 변형 사이에는 대체로 비례 관계가 성립하는데 이것을 훅의 법칙이라 하고, 이 때의 외력과 변형의 비를 탄성계수라 한다.

Note:

- Newton's law viscosity는 Laminar flow (층류유동)에만 적용 가능
- 난류유동의 점성법칙은 → 없음(대신 난류모델을 사용) (Ch. 8에서 다룸.)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) 점성법칙(Viscosity law)

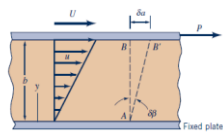


Figure 1.4 Behavior of a fluid placed between two parallel plates.

Terminologies

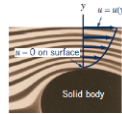
- Shear stress = F/A
- Shear strain = da/b
- Strain rate = $U/b = du/dy$

$$\tan \delta\beta = \frac{\delta a}{b}$$

$$b\delta\beta \approx \delta a \rightarrow \delta\beta \approx \frac{\delta a}{b}$$

$$\tan \delta\beta \approx \delta\beta = \frac{\delta a}{b} = \frac{U\delta t}{b}$$

Velocity gradient (속도구배)



$$\dot{\gamma} = \lim_{\delta\beta \rightarrow 0} \frac{\delta\beta}{\delta t} = \lim_{\delta\beta \rightarrow 0} \frac{U}{b} = \frac{du}{dy} \quad (\text{rate of shearing strain, 전단변형률})$$

$$\tau (= P/A) \propto \dot{\gamma} = \frac{du}{dy} \rightarrow \tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (\text{Stress} \propto \text{Strain rate})$$

전단응력 (shear stress) 전단변형률 (shear strain rate) Absolute viscosity, dynamic viscosity, viscosity

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

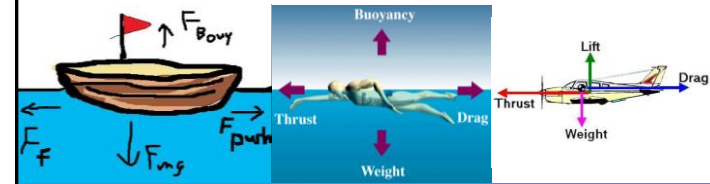
2) 점성법칙(Viscosity law)

✓ Newton의 점성법칙 (Newton's Law of Viscosity)

- 유체의 점성으로 인한 전단응력(점성마찰, 유체마찰)은 속도기울기(전단속도, 전단변형률)에 비례하는 법칙.
- 이때 비례상수는 전단응력과 속도기울기의 비에 해당하는 점성계수 임.

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad \begin{matrix} [\text{N/m}^2 = \text{kg/m} \cdot \text{s}^2], [\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}] (\text{SI Units}), \\ [\text{kg/m}^2], [\text{FL}^{-2}] (\text{공학 Unit}) \end{matrix}$$

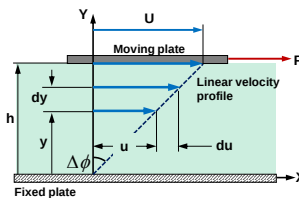
전단응력 = 점성계수 x 속도구배



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) 점성법칙(Viscosity law)

1) 속도분포가 선형인 경우



τ : 점성으로 인해 발생하는 전단응력 ($\text{Pa} = \text{N/m}^2$)
 μ : 점성계수 ($\text{Pa} \cdot \text{s}$). 유체의 점성 크기
 u : 유체층 사이의 상대속도 (m/s)
 h : 전단응력이 발생하는 유체층사이의 거리(m)
 $\frac{u}{h}$: 속도구배 (velocity gradient) 또는 각변형속도 (rate of angular deformation)
 • Linear Velocity Profile 성립되는 경우
 종류유동으로 두께 'h'가 매우 얇고 x방향 압력구배($dp/dx=0$)가 없을 때 (Couette flow라고 함.)

• From the Newton's experiment

$$F \propto A \frac{u}{h} \quad \text{or} \quad \frac{F}{A} \propto \frac{u}{h} \quad (\text{평판을 당기는 점선력 } F \text{는 (면적} \times \text{속도구배)에 비례})$$

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{u}{h} \quad (\text{Newton's Viscous Law}) \quad \text{전단응력}(\tau) \text{은 속도 구배에 비례한다. 이때 비례상수를 점성계수}(\mu) \text{라 함.}$$

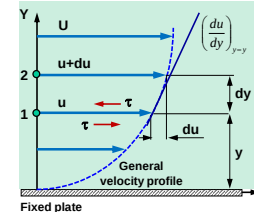
속도구배 (velocity gradient) 또는 각변형속도 (rate of angular deformation)

점성계수 (coefficient of viscosity), 절대점성계수 (dynamic viscosity)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) 점성법칙(Viscosity law)

2) 속도분포가 비선형인 경우 (General velocity profile)



$$\bullet (y=y) \text{인 곳의 속도구배} = \left(\frac{du}{dy} \right)_{y=y}$$

$$\bullet (y=y) \text{인 곳의 전단응력} = \tau_{yx}$$

• τ_{yx} 는 y축에 수직인 (x-z) 평면에 작용하는 x 방향 전단응력을 의미

• (1)점과 (2)점은 인접한 유체 층을 나타냄

Note: y축이 독립변수, x축이 종속변수임에 유의하자
일반적인 함수식에서는 x축이 독립변수

• From the Newton's experiment

$$F \propto A \frac{du}{dy} \quad \text{or} \quad \frac{F}{A} \propto \frac{du}{dy} \rightarrow \tau_{yx} \propto \frac{du}{dy} \rightarrow \tau_{yx} = \mu \left(\frac{du}{dy} \right)_{y=y}$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (\text{Newton's Law of Viscosity})$$



종류유동에서만 만족하는 법칙임

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) 점성계수(Viscosity coefficient, μ)

✓ 점성계수 (coefficient of **dynamic viscosity**, μ (mu/뮤))

유체의 점성의 대소(大小)를 나타내는 값. 동일 유체에서는 온도에 따라 변화한다.

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \rightarrow \mu = \frac{\tau}{(du/dy)} \quad \begin{matrix} [N \cdot s/m^2], [ML^{-1}T^{-1}] \text{ (SI Units)}, \\ [kg_f \cdot s/m^2], [FL^{-2}T] \text{ (공학 Unit)} \end{matrix}$$

① SI unit : $\mu = \frac{N/m^2}{(m/s)/(m)} = \frac{N/m^2}{1/s} = (N/m^2) \cdot s = Pa \cdot s$

$$= (kg^* \cdot m/s^2 / m^2) \cdot s = kg^* / (m \cdot s) = [ML^{-1}T^{-1}]$$

② 공학 unit : $\mu = \frac{kg_f / m^2}{(m/s)/(m)} = \frac{kg_f / m^2}{1/s} = (kg_f / m^2) \cdot s = [FL^{-2}T]$

$$= 9.8(N/m^2) \cdot s = 9.8 Pa \cdot s$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) 점성계수(Viscosity coefficient, μ)

③ BG unit : $\mu = \frac{lb_f / ft^2}{(ft/s)/(ft)} = \frac{lb_f / ft^2}{1/s} = (lb_f / ft^2) \cdot s = [FL^{-2}T]$

$$= (slug \cdot ft/s^2 / ft^2) \cdot s = slug / ft \cdot s$$

④ C.G.S unit : $\mu = \frac{dyne/cm^2}{(cm/s)/(cm)} = \frac{dyne/cm^2}{1/s} = (dyne/cm^2) \cdot s$

$$= (g^* \cdot cm/s^2 / cm^2) \cdot s = g^* / (cm \cdot s) = [ML^{-1}T^{-1}]$$

$$= 1 \text{ poise} = 100 \text{ centipoise (cP)} \text{ (실용 단위)}$$

$$1 Pa \cdot s = 1 (N/m^2) \cdot s = 1 (kg^* \cdot m/s^2 / m^2) \cdot s = 1 (kg^* / m \cdot s)$$

$$= 1000 g^* / 100 cm \cdot s = 10 g^* / cm \cdot s = 10 \text{ poise} = 1,000 \text{ cP}$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) 점성계수(Viscosity coefficient, μ)

✓ Newton- and Non-Newtonian fluids의 점성계수 변화

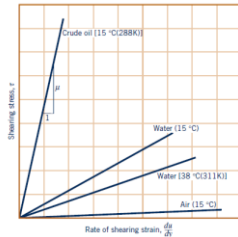


Figure 1.5 Linear variation of shearing stress with rate of shearing strain for common fluids.

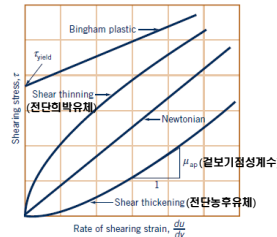


Figure 1.6 Variation of shearing stress with rate of shearing strain for several types of fluids, including common non-Newtonian fluids.

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) 점성계수(Viscosity coefficient, μ)

✓ 점성계수의 온도변화 영향 ($\mu = f(P, T, \text{composition} \dots)$)

• 기체: 점성 계수는 작고, 온도와 함께 증가하며 압력에는 거의 관계하지 않는다.

• 액체: 점성 계수는 크고, 온도와 함께 감소하며 압력과 함께 증가한다.

- 기체의 경우 Sutherland Model을 사용

$$\mu = \mu_0 \frac{T_0 + S}{T + S} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} = \frac{CT^{\frac{3}{2}}}{T + S} \quad \left(C = \frac{\mu_0(T_0 + S)}{T_0^{3/2}} \right)$$

μ = dynamic viscosity in (Pa·s) at input temperature T ,
 μ_0 = reference viscosity in (Pa·s) at reference temperature T_0 ,
 T = input temperature in kelvins,
 T_0 = reference temperature in kelvins,
 S = Sutherland's constant for the gaseous material in question

- 액체의 경우 Andrade Model을 사용

$$\mu = D\mu_0 e^{-b/T} \quad \text{or} \quad \ln \frac{\mu}{\mu_0} = a + b \left(\frac{T_0}{T} \right) + c \left(\frac{T_0}{T} \right)^2$$

Gas	C [K]	T_0 [K]	M_0 [$\mu\text{Pa} \cdot \text{s}$]	A [$\mu\text{Pa} \cdot \text{s} \cdot \text{K}^{-1/2}$]
air	120	291.15	18.27	1.512041288
ammonia	370	293.15	9.82	1.297443379
carbon dioxide	240	293.15	14.8	1.572085931
carbon monoxide	118	288.15	17.2	1.428193225
helium	79.4	273	19	1.484381490
hydrogen	72	293.05	8.76	0.636236562
nitrogen	111	300.55	17.81	1.406732195
oxygen	127	292.25	20.18	1.693411300
sulfur dioxide	416	293.65	12.54	1.768466086

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

3) 점성계수(Viscosity coefficient, μ)

예) 물 20°C의 점성계수는 $10.28 \times 10^{-5} \text{ kg}_f \cdot \text{s}/\text{m}^2$ 이다. 이는 몇 cP 인가?

해) 주어진 점성계수가 공학단위이므로
점성계수를 SI, MKS 단위로 고친다.

$$\mu = 10.28 \times 10^{-5} \text{ kg}_f \cdot \text{s}/\text{m}^2 = 10.28 \times 10^{-5} \times 9.8 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$$

$$= 1.0 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s} = 1.0 \times 10^{-3} \times 10 \text{ Poise}$$

$$= 1.0 \times 10^{-2} \text{ Poise} = 1 \text{ cP}$$

(※ 1 cP는 상온에서 물의 점성계수 이다.)



$$\text{Pa} \cdot \text{s} = \text{kg}^* / (\text{m} \cdot \text{s}) = 10 \text{ Poise}$$

$$\text{Poise} = \text{g}^* / (\text{cm} \cdot \text{s}) = 100 \text{ cP}$$

$$\text{Kg}_f \cdot \text{s} / \text{m}^2 = 98 \text{ Poise}$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

4) 동점성계수 (kinematic viscosity, ν)

✓ 동점성계수 (coefficient of **kinematic viscosity**, ν (nu/ 뉴))

• 동점성계수 (ν) = 점성계수 (μ) / 밀도 (ρ) (유체의 점성계수를 밀도로 나눈 값)

• 점성계수는 다양한 단위를 갖지만 동점성계수는 **단위계와 무관한 단위**를 갖는다.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad [\text{m}^2/\text{s}], [\text{L}^2\text{T}^{-1}] \text{ (SI Units), (공학 Units)}$$

$$\textcircled{1} \text{ SI unit : } \nu = \frac{\text{Pa} \cdot \text{s}}{\rho} = \frac{(\text{N} / \text{m}^2) \cdot \text{s}}{\text{kg}^* / \text{m}^3} = \frac{\text{kg}^* / (\text{m} \cdot \text{s})}{\text{kg}^* / \text{m}^3} = \underline{\text{m}^2 / \text{s}}$$

$$\textcircled{2} \text{ 공학 unit : } \nu = \frac{(\text{kg}_f / \text{m}^2) \cdot \text{s}}{\text{kg}_f \cdot \text{s}^2 / \text{m}^4} = \text{m}^2 / \text{s}$$

$$\textcircled{3} \text{ C.G.S unit : } \nu = \frac{(\text{dyne} / \text{cm}^2) \cdot \text{s}}{\text{g}^* / \text{cm}^3} = \frac{\text{g}^* / (\text{cm} \cdot \text{s})}{\text{g}^* / \text{cm}^3} = \text{cm}^2 / \text{s} = 1 \text{ stoke}$$

$$= 100 \text{ centistokes [cSt]} \text{ (실용단위)}$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

4) 동점성계수 (kinematic viscosity, ν)

예) 물 20°C의 점성계수는 $10.28 \times 10^{-5} \text{ kg}_f \cdot \text{s}/\text{m}^2$ 이고

밀도는 $998.2 \text{ kg}/\text{m}^3$ 이다. 동점성계수는 몇 cSt 인가?

해) 점성계수는 공학단위, 밀도는 SI단위이므로 점성계수를 SI, MKS 단위로 고친다.

$$\mu = 10.28 \times 10^{-5} \text{ kg}_f \cdot \text{s}/\text{m}^2 = 10.28 \times 10^{-5} \times 9.8 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$$

$$= 1.0 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s} = 1.0 \times 10^{-2} \text{ Poise} = \underline{1.0 \text{ cP}}$$

$$\text{따라서, } \nu = \frac{\mu}{\rho} = (1.0 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}) / 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$$

$$= 1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} = 1.0 \times 10^{-2} \text{ St} = \underline{1 \text{ cSt}}$$

(※ 1 cSt는 상온에서 물의 동점성계수 이다.)



$$1 \text{ St} = 1 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1} = 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$1 \text{ cSt} = 1 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1} = 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

4) 동점성계수 (kinematic viscosity, ν)

예) 케로신 20°C의 동점성계수(kinematic viscosity)는 $1.65 \text{ mm}^2/\text{s}$ 이고,

밀도는 $840 \text{ kg}/\text{m}^3$ 이다. 점성계수(dynamic viscosity)는 몇 cP 인가?

해) 동점성계수는 SI 및 공학단위가 서로 같다. (단, BG 단위계는 다름).

$$\nu = 1.65 \text{ mm}^2/\text{s} = 1.65 \text{ cSt}$$

$$\text{따라서, } \nu = \frac{\mu}{\rho} \rightarrow \mu = \nu \times \rho$$

$$= (1.65 \text{ mm}^2/\text{s}) \times 840 \text{ kg}/\text{m}^3 = (1.65 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}) \times 840 \text{ kg}/\text{m}^3$$

$$= 1386 \times 10^{-6} \text{ kg}/(\text{ms}) = 1.386 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

$$= 1.386 \text{ cP}$$



$$\text{Pa} \cdot \text{s} = \text{kg}^* / (\text{m} \cdot \text{s}) = 10 \text{ Poise}$$

$$\text{Poise} = \text{g}^* / (\text{cm} \cdot \text{s}) = 100 \text{ cP}$$

$$1 \text{ St} = 1 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1} = 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

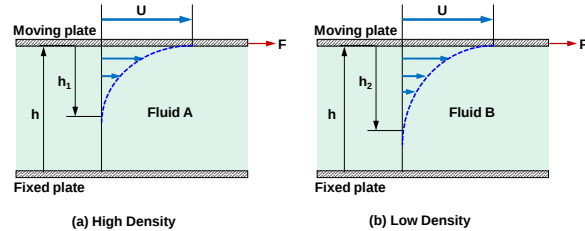
$$1 \text{ cSt} = 1 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1} = 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

4) 동점성계수 (kinematic viscosity, ν)

✓ 동점성계수의 물리적인 의미

- 점성계수를 밀도로 나눈 것은 물성량 수송속도는 농도구배에 비례하기 때문
- 운동량확산계수(momentum diffusivity)로서 차원과 관계없이 동일한 값을 가짐



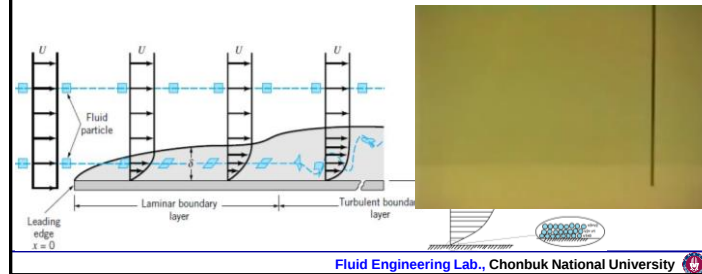
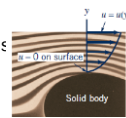
- $h_1 < h_2$ = Fluid B가 점성의 영향을 받은 깊이(운동량 확산 정도)가 크다 (점도가 크다 점성이 클수록 확산은 크지만 관성이 크면(질량이 크면) 확산이 방해를 받는다.

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

5) 점착조건 (no-slip condition)

✓ Non Slip condition (점착조건)

- 고체와 유체가 접촉할 때 접촉부에서 유체는 고체와 함께 움직인다(상대속도=0)
- In fluid dynamics, the no-slip condition for viscous fluids states that at a solid boundary, the fluid will have zero velocity relative to the boundary.
- The fluid velocity at all fluid–solid boundaries is equal to that of the solid boundary. Result due to experimental observation.
- Fails when fluid is treated as a particle not a continuum

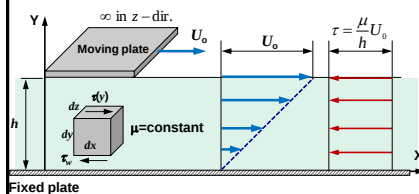


Examples

예제 2.8) 아래 그림과 같이 수평으로 평판이 거리 h 간격을 두고(2-D 문제)

평행하게 놓여 있으며, 그 사이에는 점성계수 μ 가 일정한 유체로 채워져 있다.
또 압력은 어느 곳에서나 일정하여 위 평판이 U_0 의 속도로 움직이고 있을 때,
두 평판 사이의 속도와 전단응력 분포를 구하시오.

풀이 2.8)



Assumptions

- $\mu = \text{Constant}$
- $p = \text{Constant}$ ($\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial z} = 0$)
(가압속 없음. 즉 F_B (관성력)=0)
- Laminar flow
(Newton's viscous law 적용가능)

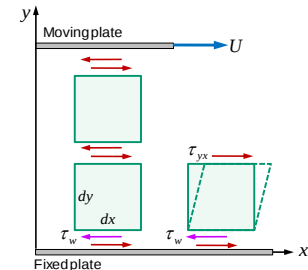
Find

- Shear stress profile(전단응력)
- Velocity profile (속도분포)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

Examples

✓ τ_w (wall shear stress)의 정의 및 방향



• τ_w (wall shear stress) 정의

: 하부 벽면 (Fixed plate)이 미소유체요소 아래 면에 작용하는 응력을 벽면 전단응력 (τ_w , Wall shear stress)이라고 함

• 각 벽면에서 τ 방향

: 상부 벽면 (moving plate)의 응력방향은 (-)
: 하부 벽면 (fixed plate)의 응력방향은 (+)

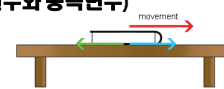
✓ Independent and dependent parameters(독립변수와 종속변수)

$$\vec{V} = \vec{V}(u, v, w) = \vec{V}(u)$$

$$p = p(x, y, z) = p(y)$$

$$\tau = \tau(y)$$

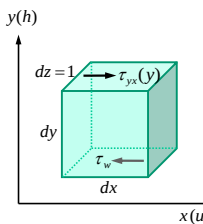
independent p. y
dependent p. u, τ



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

Examples

✓ 힘의 평형 : **하부평판에 접하는 미소유체요소 $dx \cdot dy (dz=1)$ 에 작용하는 힘**



$$\vec{V}(u, v, w) = \vec{V}(u) \quad (\because v = w = 0)$$

$$p(x, y, z) = p(y) \quad (\because \partial p / \partial x = \partial p / \partial z = 0)$$

$$\sum F_x = F_B + F_S \quad F_B = 0 \quad (\because \text{No Acceleration})$$

$$= F_B + F_{SN} + F_{ST} \quad F_{SN} = 0 \quad (\because \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial z} = 0)$$

$$= \tau \cdot dx \cdot 1 - \tau_w \cdot dx \cdot 1 = 0 \quad (\text{No slip condition})$$

(벽면에 부착되어 움직이지 않음)

$$\therefore \tau(y) = \tau_w = \text{constant} \quad (\because \tau_w \text{ is not a function of } y)$$

(from the relations of force balance)

$$\therefore \frac{du}{dy} = \frac{\tau}{\mu} = \text{constant} \quad (\text{선형속도분포})$$

유체에 U_o 만 작용하는 경우(즉, 압력이 수직으로만 변화)
Newton's law of viscosity에 의해 선형속도분포가 됨
(즉, 속도구배 = 상수)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

Examples

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \text{const.} \quad \text{or} \quad \frac{du}{dy} = \frac{\tau}{\mu} = \text{const.}$$

변수분리(독립변수 y 와 종속변수 u, τ 에 대해)하고, 변수에 대해 각각 적분하면

$$du = \frac{\tau}{\mu} dy \rightarrow u(y) = \frac{\tau}{\mu} y + C \quad (\text{적분상수})$$

적분상수 소거를 위해 초기 및 경계조건을 설정하면,

Boundary Conditions

① $y=0, \quad u=0$ (점착조건; No-slip Condition)

② $y=h, \quad u=U_o$

- 경계조건 ①을 적용하면, $C=0$ 이 된다.

- 경계조건 ②를 적용하면, $U_o = \frac{\tau}{\mu} h$ 가 된다.

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

Examples

✓ Solutions

① 전단응력 분포 (Shear stress profile)

$$U_o = \frac{\tau}{\mu} h \Rightarrow \tau = \mu \frac{U_o}{h}$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{U_o}{h} = \text{const.}$$

(속도구배가 일정하므로 전단응력은 일정)

② 속도분포 (Velocity profile)

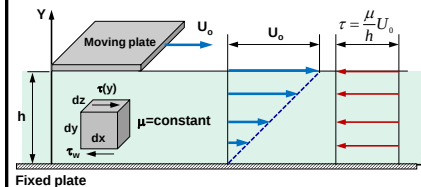
$$u(y) = \frac{\tau}{\mu} y = \frac{\mu \frac{U_o}{h}}{\mu} y = \frac{U_o}{h} y$$

$$\therefore u(y) = \frac{U_o}{h} y \quad \text{or} \quad \frac{u(y)}{y} = \frac{U_o}{h}$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

Examples

③ Graphical analysis



① 전단응력 분포

$$\tau(y) = \mu \frac{U_o}{h} = \text{const.}$$

② 속도분포 (Velocity Profile)

$$u(y) = \frac{U_o}{h} y$$

• 속도분포의 기울기 (U_o/h)가 상수값으로 일정하므로 선형적인 분포를 나타냄.

즉 유체 층 사이의 상대속도가 일정하므로 전단응력은 일정한 분포를 보임

• 이와 같이 전단응력분포가 일정한 유동을 **쿠에트유동(Couette flow)** 이라고 한다.

즉, 선형속도분포 유동은 유체 층 사이에 상대속도가 같으므로 일정한 전단응력 분포를 갖는다.

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2.3 점성(Viscosity) - Terminologies

✓ Angular velocity (각속도, ω)

• 원운동에서 단위 시간(t) 동안에 회전한 각도($\theta = \omega t$)

예) Δt 시간 동안 $\Delta \theta$ 만큼 회전하였을 때 각속도: $\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t}$

✓ Angular – linear velocity relation (각속도-선속도 관계)

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{r \times \Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \times r = \omega \times r$$

✓ rpm - Angular velocity relation (회전수-각속도 관계)

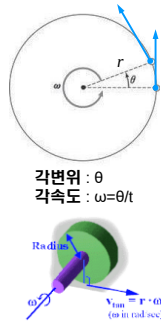
$$rpm = \text{revolution per minute} = \frac{2\pi}{60s}$$

$$300rpm = 300 \times \frac{2\pi}{60s} = 10\pi (s^{-1}) = \omega$$

✓ rpm - Angular – Linear velocity relation (회전수-각속도-선속도 관계)

$$n = 600rpm \quad \omega = 600 \times \frac{2\pi}{60s} = 20\pi (s^{-1})$$

$$r = 10cm \quad V = r\omega = 0.1m \times 20\pi (s^{-1}) = 2\pi (m/s)$$



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2.3 점성(Viscosity)

예제 2.12) 지름이 15 cm인 축이 1800rpm으로 회전하고 있다.

이 축 주위에는 지름이 15.05 cm, 길이가 30 cm인 슬라이딩 베어링이

장착되어 있고, 이 사이에 $\mu = 0.018 \text{ kg}^* / \text{m} \cdot \text{s}$ 인 기름이 채워져 있다.

이 때 베어링에서 점성에 의한 저항력을 이기기 위한 동력은 얼마인가?

풀이 2.12)

$$\mu = 0.018 \text{ kg}^* / \text{m} \cdot \text{s}$$

$$n = 1800 \text{ rpm}$$

$$\Delta d = 0.025 \text{ cm}$$

$$d = 15.05 \text{ cm}$$

$$l = 30 \text{ cm}$$

$$r = 7.5 \text{ cm}$$

$$V = 4.5\pi (m/s)$$

• Assumptions

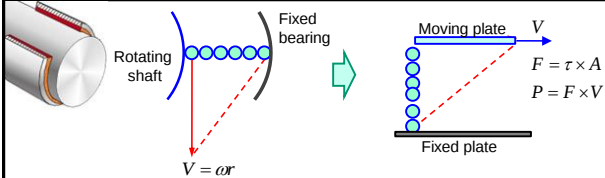
- Gap is narrow, so velocity profile is linear, $\frac{du}{dy} \approx \frac{\Delta u}{\Delta y}$
- Laminar flow
- (Newton's viscous law is applicable, $\tau = \mu \frac{du}{dy}$)
- Steady flow
- (No acceleration and No deceleration, $F_B = 0$)
- $\mu = C$, $v = \mu / \rho$

• Finds: 점성저항을 이기기 위한 동력 (Wall shear stress)

$$\text{power} = \frac{\text{Work}}{\text{time}} = \frac{J}{s} = \frac{N \cdot m}{s} = N \times \frac{m}{s} = F \times \frac{L}{s} = F \times V = \tau \times A \times V$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2.3 점성(Viscosity)



$$V = \omega r = \frac{2\pi \times 1800}{60s} \times 0.075m = 4.5\pi (m/s)$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \approx \mu \frac{\Delta u}{\Delta y} = 0.018 \text{ kg}^* / \text{m} \cdot \text{s} \times \frac{4.5\pi (m/s)}{0.025 \times 10^{-2} (m)} = 324\pi \text{ kg}^* / \text{m} \cdot \text{s}^2$$

$$A = \pi DL = \pi \times 15 \times 10^{-2} (m) \times 30 \times 10^{-2} (m) = 0.045\pi (m^2)$$

$$P = 324\pi (kg^* / m \cdot s^2) \times 0.045\pi (m^2) \times 4.5\pi (m/s) = 2034 (kg^* m^2 / s^3) \\ = 2034 (kg^* \cdot m / s^2) \cdot m / s = 2034 (N \cdot m / s) = 2034 W$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2.3 점성(Viscosity)

예제 2.13) 20°C에서 유동하고 있는 글리세린의 압력기울기가 $dp/dx = 1.6 \text{ kN/m}^3$ 이다.

벽과 벽사이의 간격이 $B = 5 \text{ cm}$ 라면 벽으로부터 12mm 떨어진 곳에서의

속도와 전단응력을 구하시오. 또 벽면에서의 전단응력과 속도는 얼마인가?

정지한 평판 사이의 유동 분포식은 아래와 같다.

$$\text{풀이 2.13)} \quad u(y) = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (By - y^2) \quad B = 0.05m, \frac{dp}{dx} = 1600 \text{ N/m}^2, \\ y = 0.012m, \mu = 6.2 \times 10^{-1} \text{ N} \cdot \text{s} / \text{m}^2$$

$$u(y) = \frac{1}{2 \times 0.62} (1600 \text{ N/m}^2) (0.05 \times 0.012 - 0.012^2) = 0.588 \text{ m/s}$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (B - 2y) = \frac{1}{2} \frac{dp}{dx} (B - 2y)$$

$$\tau_0 = \frac{1}{2} (1600 \text{ N/m}^2) (0.05 - 2 \times 0) = 40 \text{ N/m}^2$$

$$\tau_{12} = \frac{1}{2} (1600 \text{ N/m}^2) (0.05 - 2 \times 0.012) = 20.8 \text{ N/m}^2$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1.7 Compressibility of Fluids (유체의 압축성)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

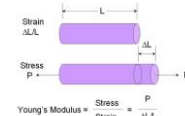
1) Modulus of elasticity (탄성계수)

✓ Modulus of elasticity(탄성 계수, 彈性係數): 응력(stress) / 변형도(strain)

: 고체역학에서 재료의 강성도(stiffness)를 나타내는 값. 응력과 변형도의 비율로 정의

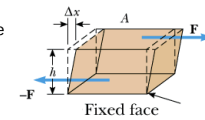
- **인장 탄성 계수(Young's modulus, E):** 길이방향 변화 탄성도 tensile elasticity, or the tendency of an object to deform along an axis when opposing forces are applied along that axis

$$E = \frac{\sigma(\text{normal stress})}{\epsilon(\text{strain})} = \frac{F_n / A}{\Delta L / L} = \frac{F \times L}{A_0 \times \Delta L}$$



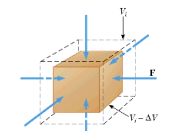
- **전단 탄성 계수(shear modulus, G):** 전단방향 변화 탄성도 an object's tendency to when acted upon by opposing forces. The shear modulus is part of the derivation of viscosity.

$$G = \frac{\tau(\text{shear stress})}{\gamma(\text{strain})} = \frac{F_t / A}{\Delta x / h} = \frac{F_t \times h}{A \times \Delta x}$$



- **체적 탄성 계수(bulk modulus, K):** 체적변화 탄성도 the tendency of an object to deform in all directions when uniformly loaded in all directions. The bulk modulus is an extension of Young's modulus to three dimensions.

$$K = -\frac{\Delta p(\text{normal stress})}{\Delta V / V(\text{strain})} = -\frac{F_n / A}{\Delta V / V}$$



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

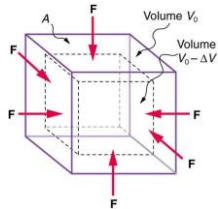
2) 압축성(체적탄성계수, 압축률)

✓ **체적탄성계수 (Bulk modulus of elasticity, K or E_v)**

- 유체가 힘(압력)을 받았을 때, 압축에 저항하는 정도를 나타내는 값(압력단위를 가짐)
- 체적탄성계수(K)가 크면 압축이 되지 않는 비압축성 성질을 갖는다. (대부분 액체)

$$K = -v \frac{dp}{dv} = \rho \frac{dp}{d\rho} \quad [\text{Pa (N/m}^2\text{)}], \quad [\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}] \text{ (SI Units)},$$

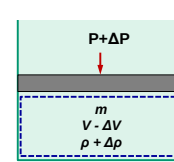
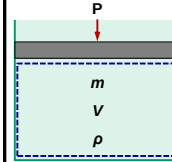
$$[\text{kg/cm}^2], \quad [\text{FL}^{-2}] \text{ (공학 Unit)}$$



- 스프링 탄성계수와 유사한 개념
- 스프링 탄성계수는 길이변화에 대한 것인데 비해
- 체적 탄성계수는 체적변화에 대한 계수인 점이 다르다.
- 스프링 탄성계수가 클수록 길이 변화가 작은 것과 같이
- 체적탄성계수가 클수록 체적변화가 작다.

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) 압축성(체적탄성계수, 압축률)



체적탄성계수 = 압력변화량/체적변화비

- 압력변화량 = (P+dP) - P = dP
- 체적변화량 = (V-dV) - V = -dV
- 체적변화비 = -dV / V = -dv / v

(V: 체적, v: 비체적)

Bulk Modulus(K) = $\frac{\text{Bulk stress}}{\text{Bulk strain}} = \frac{(F/A)}{-(\Delta V/V)} = \frac{\Delta p}{-(\Delta V/V)}$ (-) 부호는 dP와 dV의 변화가 항상 반대임을 의미함. 결국 K가 (+)값을 갖게 됨

$$= -v \frac{dp}{dv} = \rho \frac{dp}{d\rho} = \gamma \frac{dp}{d\gamma} \quad \left(v = \frac{1}{\rho} \propto \frac{1}{\rho g} = \frac{1}{\gamma} \right)$$

∴ $\frac{K}{\rho} = \frac{dp}{d\gamma}$ 탄성파의 전달현상인 음속을 정의하는데 사용되는 중요한 공식

- 유체의 체적탄성계수가 크다는 것은 압축시키기 어려운 물질임을 의미함
- 15.5°C에서 물의 부피를 1% 줄이는데 필요한 압력은 212.303404 atm (대기압의 212배)
- 따라서 실제적인 공학문제에서 액체는 비압축성으로 취급된다.

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) 압축성(체적탄성계수, 압축률)

✓ 압축률 (Compressibility, β)

- 압축에 의해 물질의 부피가 변하기 쉬운 정도를 표시하는 수치
- 체적탄성계수의 역수 = 체적변화비 / 압력변화량

$$\beta = \frac{1}{K} = -\frac{1}{v} \frac{dv}{dp} \quad \begin{array}{ll} [\text{m}^2/\text{N}], & [\text{M}^{-1}\text{LT}^2] \text{ (SI Units)}, \\ [\text{cm}^2/\text{kg}], & [\text{F}^{-1}\text{L}^2] \text{ (공학 Unit)} \end{array}$$

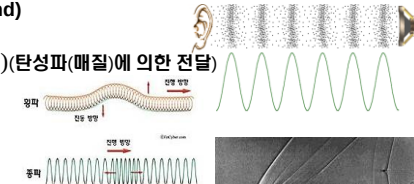
Note: 유체의 압축성 정도는 아래와 같이 표시함

- 액체 : 체적탄성계수 (K)
- 기체 : 압축률 (β)

3) 기체의 변화 (압축과 팽창)

✓ 음속의 정의 (Speed of sound)

$$a_s = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} \quad (\text{by definition}) \quad (\text{탄성파(매질)에 의한 전달})$$



According to the relations of Bulk Modulus of Elasticity

$$K = -v \frac{dp}{dv} = \rho \frac{dp}{d\rho} = \gamma \frac{dp}{d\gamma} \quad \Rightarrow \quad \frac{K}{\rho} = \frac{dp}{d\rho}$$

$$a_s = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (\text{액체의 경우에 주로 사용})$$

※ Note : 음속은 밀도제곱근의 역수

3.1) 등온변화(iso-thermal change)

$$pv = RT \quad (\text{equation of state})$$

$$pv = \text{Constant} \quad (\because \text{iso-thermal change})$$

Differentiate both side,

$$vdp + p dv = 0 \rightarrow \frac{dp}{dv} = -\frac{p}{v}$$

Bulk modulus of elasticity is

$$K = -\frac{dp}{dv/v} = -\left(-\frac{p}{v}\right)v = +p$$

$\therefore$ speed of sound at iso-thermal change

$$a_s = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{p}{\rho}} = \sqrt{\frac{RT/v}{\rho}} = \sqrt{\frac{RT}{M}} \quad (\text{SI Unit})$$

$$= \sqrt{gRT} \quad (\text{공학 unit})$$

3.2) 단열변화(adiabatic change)

$$pv = RT \quad (\text{equation of state})$$

$$pv^k = \text{Constant} \quad (\because \text{adiabatic change})$$

Differentiate both side,

$$v^k dp + p \cdot k v^{k-1} dv = 0 \rightarrow dp = -k \cdot p \frac{v^{k-1}}{v^k} dv = -k \cdot p \frac{1}{v} dv$$

Bulk modulus of elasticity is

$$K = -\frac{dp}{dv/v} = -\left(-\frac{k \cdot p}{v}\right)v = +kp \quad \therefore \frac{dp}{dv} = -\frac{k \cdot p}{v}$$

$\therefore$ speed of sound at iso-thermal change

(기체의 경우에 주로 사용)

$$a_s = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \sqrt{\frac{kp}{\rho}} = \sqrt{\frac{kRT/v}{\rho}} = \sqrt{\frac{kRT}{M}} \quad (\text{SI Unit})$$

$$= \sqrt{kgRT} \quad (\text{공학 unit})$$

3.2) 단열변화(adiabatic change)

$$a_s = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (\text{액체의 경우에 주로 사용})$$

$$a_s = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{RT} \quad (\text{등온})$$

$$= \sqrt{kRT} \quad (\text{단열}) \quad \left. \vphantom{\frac{dp}{d\rho}} \right\} \text{(기체의 경우에 주로 사용)}$$

▷ iso – thermal change: $K = p$

▷ adiabatic change : $K = kp$

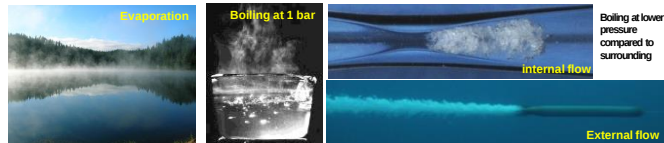
Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1.8 Vapor Pressure (증기압)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1.8 증기압(Vapor pressure)

✓ Terminologies (용어 정의)



Vaporization (기화): 액체가 열에너지를 흡수하여 기체로 변하는 현상을 총칭.

증발(evaporation)과 **비등(boiling)** 두 가지 기화 방법이 있음.

1) Evaporation(증발): 비등점(boiling point) 아래의 액체 표면에서 일어나는 기화현상.

2) Boiling(비등):

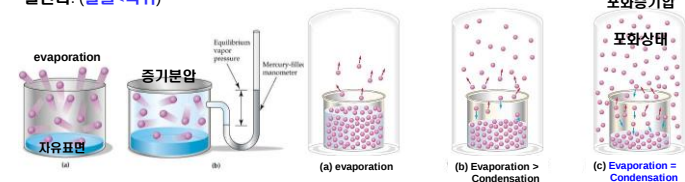
- **압력이 일정할 때** 액체를 가열하여 비등점에 도달할 때 액체표면에서 증발과 더불어 액체 전체에 걸쳐 증기 기포가 형성되는 기화현상. 비등이 일어나는 온도를 끓는점(비등점)이라 함
- **온도가 일정할 때** 액체 압력이 포화 증기압 이하로 낮질 때 발생하는 기화 현상으로 액체 내에 기포가 발생 (공동(cavitation) 현상 :공학적으로 중요)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1.8 증기압(Vapor pressure)

✓ 증발현상과 증기압 (Evaporation and Vapor pressure)

- 증발(evaporation): 자유표면의 액체분자들의 운동량이 분자간의 결합력을 극복할 수 있을 정도로 커서 대기 중으로 탈출하는 현상 (탈출>복귀)
- 증기 분압(vapor pressure): 밀폐 용기 내에서 자유표면을 탈출(기화)한 분자들의 운동에 의해 형성된 압력
- 응축(condensation): 냉각 또는 압축으로 포화 상태가 된 기체가 액체로 변화하는 현상을 말한다. (탈출<복귀)



- 포화상태(saturated condition): 밀폐된 용기 내에서 자유표면을 탈출하는 분자수와 액체 표면에 달라붙는 분자수가 같을 때 (탈출=복귀)

• 포화 증기압(Saturated Vapor Pressure) :포화상태의 증기압력

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

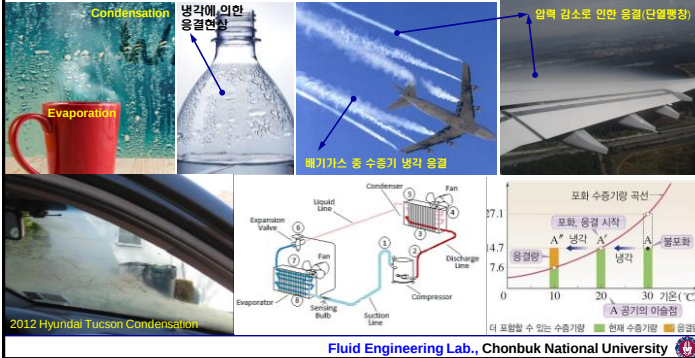
1.8 증기압(Vapor pressure)

• **응축(condensation):** 기체 또는 증기가 액체로 상태변화 하는 현상. (액화와 유사)

일정 압력: 기체를 이슬점 이하로 냉각 (응축 또는 응결 냉각). 대기 중의 수증기 응결(모두 열 발생)

일정 온도: 기체의 포화 증기압 이상으로 기압할 때 발생 (열 방출) (냉동기의 냉매 압축 등)

(예: 냉장고에 사용되는 기체 냉매의 응축. 냉동 사이클: 증발→압축→응축→팽창)

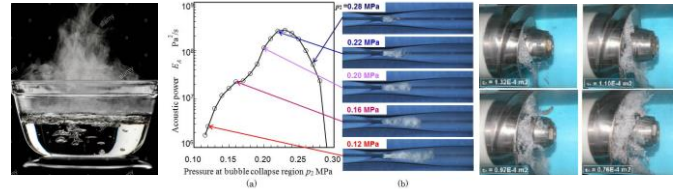


1.8 증기압(Vapor pressure)

• **비등 (boiling):** 액체 내에 증기 기포가 형성되는 격렬한 증발 현상.

1) **압력이 일정:** 액체를 가열하여 비등점에 도달할 때 액체표면에서 증발과 더불어 액체 전체에 걸쳐 증기 기포가 형성되는 기화현상. 비등점 온도를 끓는점(비등점)이라 함.

예) 물의 경우 표준대기압에서 온도가 100°C에 도달할 때 발생.



2) **온도가 일정:** 액체 압력이 포화 증기압 이하로 낮질 때 발생하는 기화 현상으로 액체 내에 기포가 발생 (공동(cavitation) 현상: **공학적으로 중요**). 감압비등(decompression boiling) 이라고 함.

1.8 증기압(Vapor pressure)

✓ **포화증기압(Saturated Vapor Pressure):** 액체와 기체의 경계점 (이슬점도 같은 개념)

• “주어진 온도에서 **최대의 수증기를 가질 때** 대기는 포화 상태에 있다고 하며, 이때 수증기 압력을 포화 수증기압이라고 함.” 즉, 포화상태의 수증기압.

• 대기 중의 수증기량은 포화수증기량을 초과할 수 없으며, 대기의 수증기압이 포화수증기압에 달하면 응결이 시작되어 포화수증기압은 유지됨

• 포화수증기압은 온도의 함수이며, 대기 중에서 공기가 포화에 이르는 방법은

첫째 온도를 일정하게 유지하면서 공기 중의 수증기를 공급하거나

둘째 수증기량을 일정하게 유지하면서 냉각시켜 이슬점에 이르게 하면 됨(실생활에서 관찰)

즉, 포화증기압은 온도가 올라가면 증가하고, 온도가 내려감에 따라 급속히 감소된다.

• **유체 압력이 그 온도에서의 포화증기압보다 낮아지면 유체는 증발하고 심하면 비등 (Cavitation) (감압비등현상)**

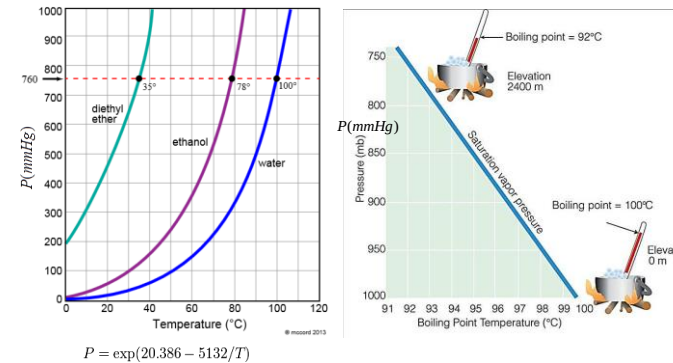


1.8 증기압(Vapor pressure)

✓ **포화증기압 곡선**

• 온도조건이 달라지면 포화증기압 역시 달라지며 이를 곡선으로 나타낸 것

• 예) 물의 경우 대기압보다 낮아지면 100°C 보다 낮은 온도에서 기체로 변환 됨



$$P = \exp(20.386 - 5132/T)$$

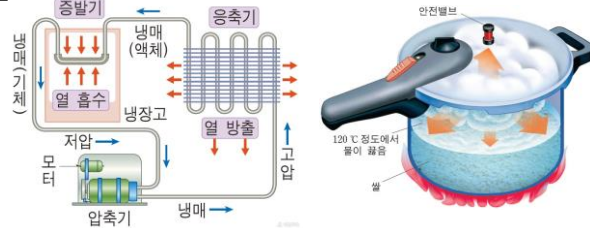
1.8 증기압(Vapor pressure)

✓ 증기압 활용 예

• 압력발출

- 내부 압력증가 → 비등 억제 → 물의 끓는점 상승 → 짧은 시간에 밥이 되는 원리
- 이 현상에 의한 단점 : 기포 발생으로 인한 공동현상 발생 (Cavitation)
- 액체의 압력일 일정할 때 : 온도를 높임으로써 비등을 유도
- 액체의 온도가 일정할 때 : 압력을 낮춤으로써 비등을 유도(감압비등)

• 냉장고



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

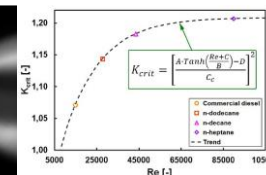
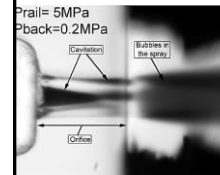
1.8 증기압(Vapor pressure)

✓ 공동현상 (Cavitation) : 감압비등(decompression boiling) 현상

- 관속을 유체가 흐르고 있을 때 압력이 떨어져 그 온도에서의 포화증기압 이하로 되면 유체는 비등하여 유체 내부에 기포가 발생 하는 현상
- 유체기계(펌프, 터빈의 날개)에 미치는 악영향.
- 소음진동발생, 침식발생, 유체기계의 성능 저하

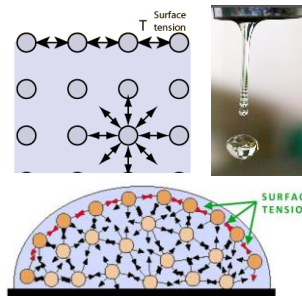
✓ 공동수 (Cavitation Number)

$$C_a = \frac{p_a - p_v}{\frac{1}{2} \rho V^2}, \quad (p_a : \text{ambient p.}, p_v : \text{vapor p.})$$



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

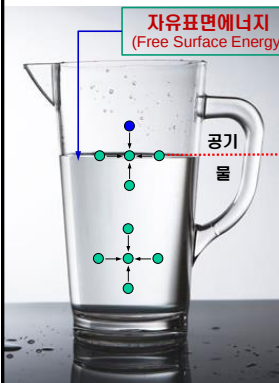
1.9 Surface Tension (Force) (표면장력(張力))



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1) 표면장력(Surface tension)

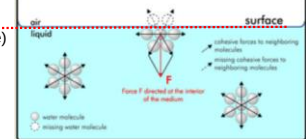
✓ 표면장력(surface tension)이란 ?



Molecular attraction Force:

$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2} = \frac{q_1q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad \text{Coulomb's Law}$$

자유표면 (Free surface)



표면장력 = 표면적을 최소화 하려는 장력

자유표면에너지 (Free Surface Energy)

표면장력 (Surface Tension)

밀도의 불연속면이 존재하면 그 경계면에서 표면장력 (Surface tension)이라는 힘이 발생

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1) 표면장력(Surface tension)

✓ 표면장력(Surface Tension Force) 정의

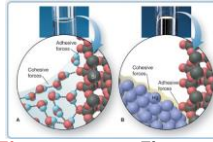
- 임의의 단위길이의 선을 따라 작용하는 분자간의 인력 강도.
- 즉, 액체의 자유표면에서 표면을 작게 하려고 작용하는 장력으로 단위길이 당 선의 양쪽에 작용하는 힘으로 표시

$$\text{SurfaceTension}(\sigma) = \frac{\text{Freesurfaceenergy}}{\text{Area}} = \frac{F \times l}{l^2} = \frac{F}{l}$$

$$= \frac{kg_f}{m} = \frac{N}{m} = \frac{\text{Force}}{\text{length}} \quad (\text{단위길이 당 힘})$$

✓ 성질

- 표면장력은 분자 응집력에 기인하므로 온도의 함수
: 액체의 온도가 높아질수록 표면장력은 작아진다.
- 표면장력은 같은 종류의 분자끼리 끌어당기는 분자 **응집력**(cohesive force)과 다른 종류의 분자끼리 끌어당기는 **부착력**(adhesive force) 사이의 차이에 의해 발생
※ 자유표면에서 액체분자의 응집력이 공기분자와의 부착력보다 크게 된다.

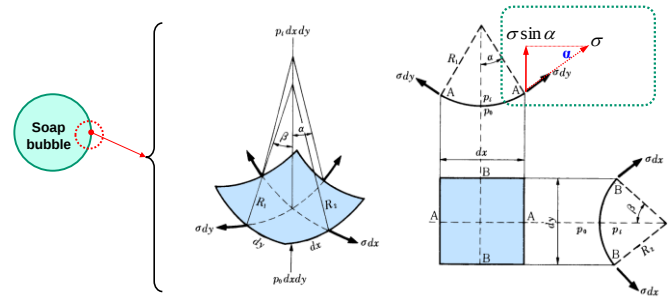


Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1) 표면장력(Surface tension)

✓ 힘의 해석 ($\Sigma F=ma$)

- 두께를 무시할 수 있는 매우 얇은 막으로 되어 있는 비누방울을 생각해 보자.
- 임의의 한 점을 확대하여 작용하는 힘을 나타내면 아래 그림과 같다.



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

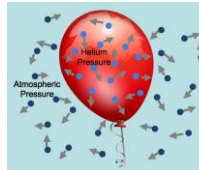
1) 표면장력(Surface tension)

- Considering the force balance acting on infinitesimal area $dx dy$

$$\begin{aligned} \Sigma F &= F_B + F_S \\ &= F_B + F_{SN} + F_{ST} \\ &= F_{SN} = pA \end{aligned}$$

$F_B \approx 0$ (No weight)
 $F_{ST} = 0$ ($\vec{V}=0$)

- 비누방울이 터지지 않고 평형을 이룰 경우,
비누방울 내외부의 압력차 = 표면장력에 의한 힘이 서로 평형을 이룰 것이다.
(압력차 $\times$ 작용면적) = (표면장력 $\times$ 작용길이)



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1) 표면장력(Surface tension)

1) 압력차에 의한 힘 : $(p_i - p_o) dx dy$

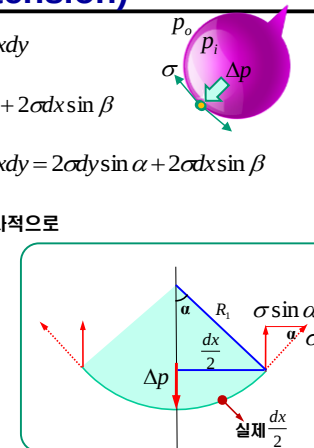
2) 표면장력에 의한 힘 : $2\sigma dy \sin \alpha + 2\sigma dx \sin \beta$

→ Force Balance : $(p_i - p_o) dx dy = 2\sigma dy \sin \alpha + 2\sigma dx \sin \beta$

여기서, α, β 가 아주 작은 값이므로 근사적으로

$$\sin \alpha \approx \frac{dx}{2R_1}, \quad \sin \beta \approx \frac{dy}{2R_2}$$

(곡률의 영향으로 실제로는 $\frac{dx}{2}, \frac{dy}{2}$ 가 되지 않는다.)



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1) 표면장력(Surface tension)

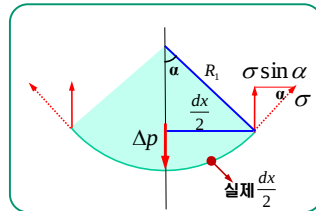
$$(p_i - p_o)dxdy = 2\sigma dy \frac{dx}{2R_1} + 2\sigma dx \frac{dy}{2R_2} = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) dxdy$$

$$(p_i - p_o) = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

if $R_1 = R_2$

$$(p_i - p_o) = \sigma \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right) = \sigma \left(\frac{2}{R} \right)$$

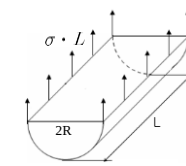
$$\therefore \Delta p = \sigma \left(\frac{2}{R} \right)$$



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1) 표면장력(Surface tension)

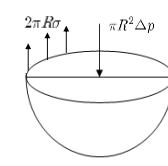
원통형 액체 기둥



$$2RL\Delta p = 2\sigma L$$

$$\therefore \Delta p = \frac{\sigma}{R}$$

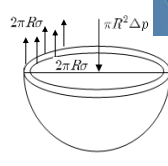
물방울(Droplet)



$$\pi R^2 \Delta p = 2\pi R \sigma$$

$$\therefore \Delta p = \frac{2\sigma}{R}$$

물방울(Bubble)



$$\pi R^2 \Delta p = 2 \times 2\pi R \sigma$$

$$\therefore \Delta p = \frac{4\sigma}{R}$$

$$\therefore \Delta p_{\text{bubble}} = 2\Delta p_{\text{droplet}}$$

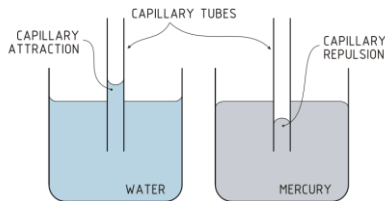
Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) 모세관 현상(Capillarity)

✓ 모세관현상

- 액체 속에 폭이 좁고 긴 관을 넣었을 때, 관 내부의 액체 표면이 외부의 표면보다 높거나 낮아지는 현상

(예: 스펀지에 물이 저절로 스며드는 현상 등)

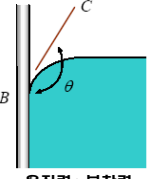
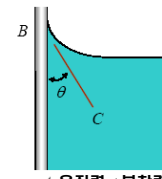
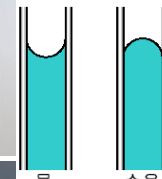
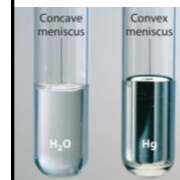


Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) 모세관 현상(Capillarity)

✓ 모세관현상 발생 원인

- 액체 자유표면의 응집력(cohesive force)과 고체면과 액체 사이의 부착력(adhesive forces) 차이에 의해 관내 액체표면과 외부표면 사이에 높이차이를 나타내는 모세관 현상이 발생



응집력 < 부착력
($0^\circ < \theta < 90^\circ$)
액주상승 효과

응집력 > 부착력
($90^\circ < \theta < 180^\circ$)
액주하강 효과

θ : 접촉각(contact angle)

Meniscus(요철면):
모세관 현상에 의해 관 속의
액면이 이루는 곡면을 의미함

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

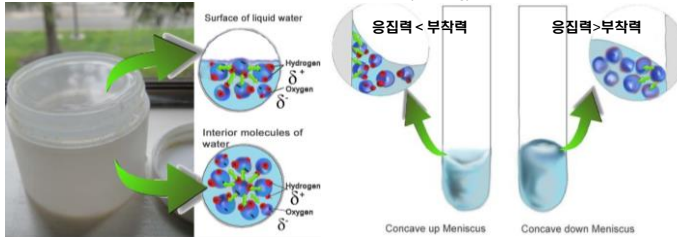
2) 모세관 현상(Capillarity)

✓ 응집력(cohesive force)

- 액체 또는 고체에서 그 물질을 구성하고 있는 원자·분자 또는 이온간에 작용하고 있는 인력. 유체의 자유표면에 나타날 경우 표면장력이라고 함
- 분자간의 {van der Waals Forces, 쌍극자(dipole) 또는 다극자(multipole) 인력, 수소결합력, 전하 이동력}, 이온간의 정전기인력(Coulomb's force) 등이 응집력의 원인

✓ 부착력(adhesion force) : 전기적 음성도(electronegativity)에 의해 발생

- 두 물질 분자 사이의 공유전자 쌍을 끌어당기는 상대적 힘의 세기. 즉 이중의 두 물질이 접촉했을 때, 서로 달라붙는 현상을 말함. 액체와 고체의 경우 웨팅(Wetting)이라함.

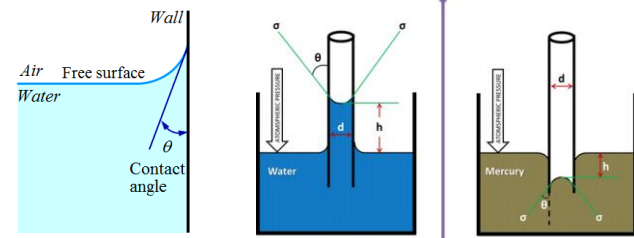


Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) 모세관 현상(Capillarity)

✓ 접촉각(Contact angle, θ) : capillary tube의 경우

- 정지한 액체 표면이 고체 벽에 접촉되는 점에서 액체면과 고체면이 이루는 각. 보통 액체 내의 각도를 취한다. 모세관 현상의 강도의 척도로 사용.
- 상온에서 접촉각: 물-글래스 8~9°, 수은-글래스 140°, 수은-강 154°, 수은-동아말감 0°



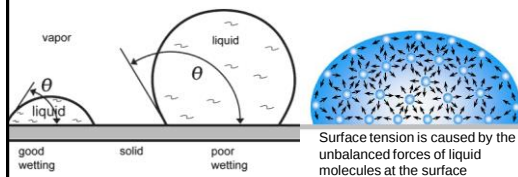
Note: 금속관에서는 모세관현상이 잘 일어나지 않는 이유?

금속에는 수소나 산소 분자가 별로 없기 때문에, 물이 수소와 산소분자로 이루어져있어 수소나 산소분자를 포함하는 물질의 모세관에서 수소결합력이 발생함. 유리관의 경우 유리(SiO2)에는 산소분자가 있어 수소 결합력이 발생함

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) 모세관 현상(Capillarity)

✓ 접촉각(Contact angle) : droplet의 경우



- 에틸알콜: 0°
- 물 : 0~9°
- 수은 : 130~150°
- 에틸 : 16°
- 벤젠 : 0°

- 정의 : 액체와 고체 표면 위에서 열역학적으로 평형을 이룰 때 가지는 각. 액체-고체-기체 접합점에서 물방울 곡선의 끝점과 고체표면의 접점
- 측정 : 고체표면의 젖음성 (wettability)을 나타내는 척도로서, 대부분 고착된(sessile) 물방울에 의해 측정
- 특징 : 낮은 접촉각 → 높은 젖음성 (친수성, hydrophilic)과 높은 표면에너지
높은 접촉각 → 낮은 젖음성 (소수성, hydrophobic)과 낮은 표면에너지

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

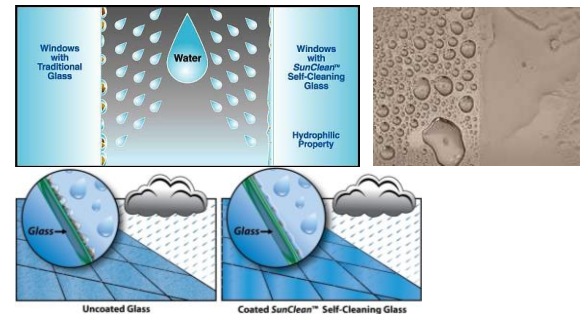
2) 모세관 현상(Capillarity)

✓ Hydrophilic(친수성)

- 물에 젖기 쉬운 성질. 물질의 성질로 물과 강하게 상호작용하여 물과의 강한 친화력을 가지는 것.

✓ Hydrophobic (소수성)

- 물에 대해 친화력이 없는 성질, 바꾸어 말하면 물과는 혼합되지 않는 성질을 말한다.

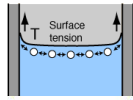


Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

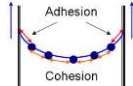
2) 모세관 현상(Capillarity)

✓ 모세관현상

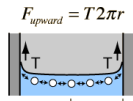
- 액체자유표면의 응집력(표면장력)과 고체면에 대한 부착력의 차이에 의하여 관내의 액체표면과 자유표면 사이에 높이차이를 나타내는 현상



- 부착력: 물과 벽면에서 액체를 위쪽으로 잡아당김 (응집력 < 부착력 ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) 액주상승 효과)
- 표면장력: 액체 표면을 평평하게 유지.
- 따라서 벽면근처에서만 액체가 위로 끌려 올라가 곡면을 이룸



Adhesion > Cohesion



T = surface tension
 ρ = density of liquid

- 액주상승높이: 표면장력의 크기에 의해 결정됨.

표면장력에 의한 힘
(σ 의 수직성분 $\times$ 길이)

= 상승된 유체의 무게
(중량=체적 $\times$ 비중량)



Since it is weight limited it will rise higher in a smaller tube.

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) 모세관 현상(Capillarity)

1) Capillary tube(모세관)

$$\sum F_y = \sigma \cos \theta \times \pi(2r) - p_i \cdot \pi r^2 - \gamma \times h \cdot \pi r^2 = 0$$

Surface tension force - Atm. - Weight

Here, $p_i = 0$ (gage p.), $p_o = -\gamma h$

$p_A = p_B = p_o + \gamma h$ (unit Weight)

$= 0$ (gage p.)

$\Delta p = p_i - p_o = \gamma h$

$$\sigma \cos \theta \times 2\pi r = \gamma \times h \times \pi r^2$$

$$h = \frac{\sigma \cos \theta 2\pi r}{\gamma \cdot \pi r^2} = \frac{2\sigma \cos \theta}{\gamma \cdot r}, \left(\text{as } \frac{r}{R} = \cos \theta \right)$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) 모세관 현상(Capillarity)

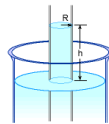
Note : Another solution

From surface tension analysis on the soap bubble in which its thickness can be negligible, (as shown before slide)

According to $\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right) = \sigma \left(\frac{2}{R} \right)$, (in the case of $R_1 = R_2$)

$$\text{as } \Delta p = \gamma h, \therefore \gamma h = \sigma \frac{2}{R} \Rightarrow h = \frac{2\sigma}{\gamma R} = \frac{2\sigma \cos \theta}{\gamma \cdot r}$$

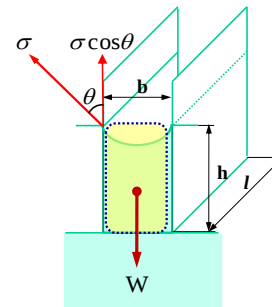
For same liquid, $r \downarrow \rightarrow h \uparrow$



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) 모세관 현상(Capillarity)

2) 수직평판



$$\sigma \cos \theta \times 2l = \gamma \times b \times h \times l$$

Surface tension force

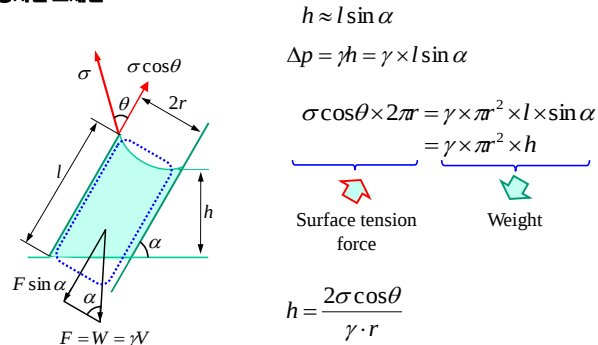
Weight

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\gamma b}$$

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

2) 모세관 현상(Capillarity)

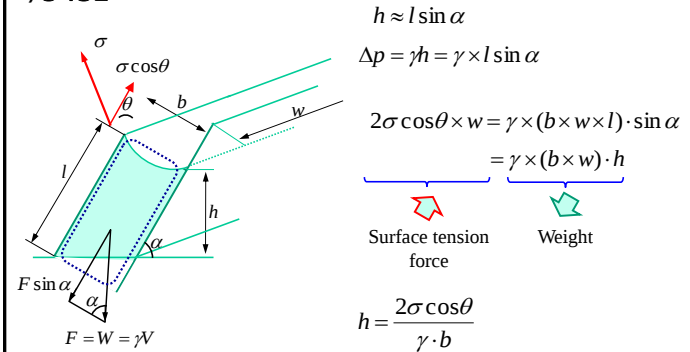
3) 경사진 모세관



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

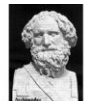
2) 모세관 현상(Capillarity)

4) 경사평판



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1.10 A Brief Look Back in History (유체역학 역사의 요약)



Archimedes
(C. 287-212 BC)



Newton
(1642-1727)



Leibniz
(1646-1716)



Bernoulli
(1667-1748)



Euler
(1707-1783)



Navier
(1785-1836)



Stokes
(1819-1903)



Reynolds
(1842-1912)



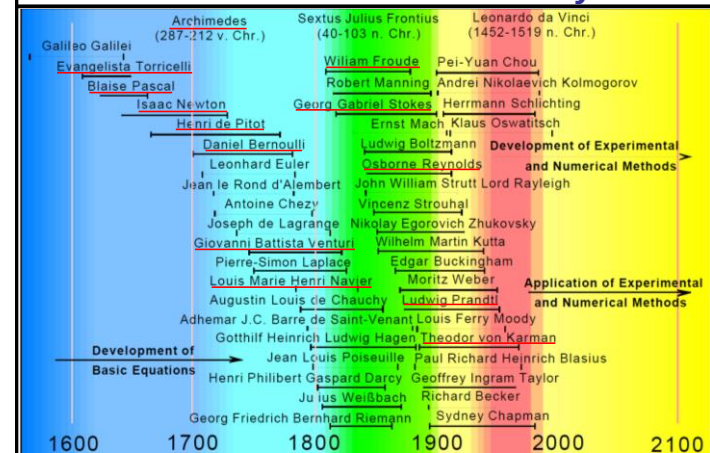
Prandtl
(1875-1953)



Taylor
(1886-1975)

Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

1.10 A Brief Look Back in History



Fluid Engineering Lab., Chonbuk National University

Homework #1

✓ Problem set for Ch. 1

**26, 34, 36, 44, 50,
56, 58, 72, 74, 76,
78, 83, 88, 94, 98,
112, 124 (17 problems)**

83) $\tau=0.0992\text{Nm}$

제출기한: Chapter 1. 시험 보기 직전